

RENDICONTI  
DELLE SEDUTE  
DELLA REALE ACCADEMIA NAZIONALE  
DEI LINCEI

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali

*Seduta del 21 giugno 1925.*

V. SCIALOJA, vicepresidente

MEMORIE E NOTE DI SOCI

**Biologia.** — *Contribuzione allo studio della biologia dell' « Anopheles superpictus » Grassi: Nota (con cinque figure) del Socio nazionale B. GRASSI<sup>(1)</sup>.*

Nel mio libro *Studi di un Zoologo sulla malaria* ho messo in rilievo che l'*A. superpictus* è una forma la quale, benchè non manchi nell'Italia settentrionale e, come altri ha poi dimostrato, anche nell'Italia media, è assai più frequente nell'Italia meridionale, osservando anche che esso è molto affine a specie largamente diffuse nei paesi caldi<sup>(2)</sup>. Tentavo anche di mettere in rapporto questo fatto con la circostanza che la stagione del *super-*

(1) Presentata nella seduta del 4 aprile 1925.

(2) Ho voluto rileggere la bellissima Memoria inglese sulla *Malaria in Macedonia* dal 1915-19 per ricavarne le notizie riguardanti il *superpictus* e con mia meraviglia mi sono accorto che queste confermano essenzialmente le mie del 1901 come al solito senza tenerne conto.

Ritengo perciò opportuno di riportare alcuni periodi della mia Opera del 1901:

(P. 60) « L'*A. superpictus* era stato da me rinvenuto soltanto nella Basilicata, nelle Calabrie e nella provincia di Salerno. Recentemente Noè me l'ha segnalato anche nell'Italia settentrionale (Sala Baganza in provincia di Parma). Tutto sommato, finora l'ho incontrato soltanto su colline poco elevate, ovvero ai piedi di esse, non mai lontano da esse ».

(P. 61) « L'*A. superpictus* è abbondante fino a predominare sull'*Anopheles claviger* in certe località dell'Italia meridionale (Stazione di Castelnuovo Vallo sulla linea Battipaglia-S. Eufemia-Reggio Calabria, Marenelle presso Agropoli). Non è raro nella valle dell'Ofanto e del Basento; è abbastanza comune in una fattoria vicino alla stazione di Policoro (linea Metaponto-Sibari) ».

(P. 67) « L'*A. superpictus* si riscontra sotto i ponti, in costruzioni (case, capanne o stalle) disabitate; spesso, si ritrova anche nelle stalle e nelle case abitate ».

*pictus* comincia molto più tardi di quella del *claviger*; cioè, va dal luglio all'ottobre, toccando il colmo nel luglio e nell'agosto, mentre quella del *claviger* tocca il colmo nel maggio e nel giugno.

Avendo ripreso lo studio del *superpictus* ho avuto anzitutto occasione di ritornare sulla suddetta circostanza aggiungendovi altre notizie speciali. Per questo scopo ho approfittato di un ambiente dove il *superpictus* è abbastanza comune, Sangiovanni Incarico, vicino a Ceprano; qui il mio tecnico Neri si è recato ripetutamente e ha potuto portare vivo a Roma un certo numero di *superpictus* per ricerche di laboratorio.

\*  
\* \*

Comincio col precisare le date in cui esso è più o meno abbondante:

10-X-1922. Fu da noi trovato per la prima volta. Se ne incontrava qualcheduno quasi dappertutto nelle stalle, perfino in quelle della parte più alta della borgata di Sangiovanni Incarico. La località prediletta però era, come poi è stata ed è sempre, Saluzzo, in contrada Starze, poco lontano, cioè, dalla località donde si estrae il petrolio. Qui essi erano piuttosto numerosi nelle stalle, ma si trovavano anche nelle abitazioni e anzi, in una stanza da letto, ve ne erano relativamente molti.

18-I-1923. Se ne presero solo 22 nella località Saluzzo dentro stalle.

19-X-1923. Se ne presero molti dentro le stalle: non mancavano i maschi: abbondavano come presso a poco nella stessa epoca del 1922.

9-10-VI-1924. Il mio tecnico Neri non riuscì a trovarne nessuno nelle stalle. Nessuno venne a pungerlo nè ai crepuscoli, nè durante la notte, nonostante che egli si tenesse in posti opportuni. Queste osservazioni negative si riferiscono non solo alla località Saluzzo, ma anche ai dintorni.

29-I-1925. Egli ne prese nelle stalle di Saluzzo una trentina, piuttosto grassi, con le uova piccole, tutti senza sangue, come erano del resto anche quelli catturati nel gennaio del 1924. Ne avrebbe potuto prendere anche di più, se non gli fosse mancato il tempo.

27-28-II-1925. Sempre nella stessa località egli ne ha trovati soltanto 14, tutti nelle stalle, nessuno nelle case. Essi erano nelle stesse condizioni di quelli del 29-I.

8-9-IV-1925. Nella stessa località e sulla strada da Sangiovanni a Roccasecca (a circa 3 km. in via d'aria), esclusivamente nelle stalle e in un porcile, scarsissimi, in tutto 8, vuoti e con uova piccole (quivi abbondavano i *bifurcatus* nelle stalle).

Come risulta specialmente dall'osservazione dei giorni 9-10 giugno 1924, resta riconfermato che, come del resto fu veduto anche nei Balcani, la stagione del *superpictus* è più tardiva di quella del *claviger*.

Conviene aggiungere che i *superpictus* poggiano precisamente come i *claviger* sulle pareti, sui soffitti e dovunque.

I *superpictus*, portati a Roma e tenuti in termostato a circa 28 gradi, punsero e ripunsero senza difficoltà il mio tecnico, maturarono le uova e le depositarono. In due casi si ebbero due deposizioni consecutive di uova da una stessa femmina, il che, per quanta attenzione ci abbiamo messo, non siamo riusciti ancora ad ottenere per il *claviger* a Fiumicino.

Riporto i dati speciali:

Un *superpictus* ha punto tre volte: il 31-I, il 2-II e il 4-II. Il 6-II ha fatto 86 uova. Ha ripunto il 7-II e il 9-II e ha rifatto le uova l'11-II: questa volta le uova erano 84. Il 12-II son nate le prime uova di questo *superpictus*. Hanno raggiunto il quarto stadio in circa 20 giorni. Si possono calcolare 25 giorni per arrivare al periodo dell'insetto alato: s'intende sempre nel termostato a 28 gradi circa.

Altro individuo. Ha punto il 4-II, il 6-II, l'8-II, il 10-II ha fatto 112 uova. Ha ripunto il 12-II, il 14-II, il 15-II e il 17-II, il 19-II ha rifatto 92 uova. Il 21-II, ha ripunto e poi è morto il 22-II.

Altro individuo. Ha punto il 12-II, il 14-II, il 16-II. Il 18-II ha fatto 81 uova ed è morto nell'acqua.

Altro individuo. Ha punto il 4-II, il 6-II, il 7-II. L'8-II ha fatto 66 uova ed è morto nell'acqua.

Altro individuo. Ha punto il 15-II, il 18-II, il 20-II, il 21-II, il 23-II, il 24-II. Il 28-II ha fatto 92 uova che sono andate al fondo. La madre moribonda fu esaminata e trovata la spermateca piena di spermii.

\* \* \*

Secondo le osservazioni fatte dal mio tecnico Neri, mentre il *claviger* impiega due, due e mezzo o al più tre minuti per pungere, ed elimina dall'ano una o due gocce incolori, oscure, o anche sangue puro, il *superpictus*, impiega un tempo notevolmente maggiore, cioè cinque minuti e mezzo, spruzzando durante la puntura una trentina di goccioline piccolissime, che lancia perfino lontano 5 centimetri, come se fosse sotto pressione: per quantità questa trentina di goccioline fanno press'a poco come l'una o le due gocce del *claviger*. I *superpictus*, come anche i *claviger*, possono pungere prima di aver compiuta la digestione e allora, succhiando meno sangue, impiegano un tempo minore.

Il mio tecnico mi assicura di provare una sensazione di dolore quando viene punto dai *superpictus*, mentre non sente la puntura dei *claviger*.

\* \* \*

Nella località suddetta dove abbonda il *superpictus*, vi è acqua corrente. Noi non vi abbiamo ancora trovato le larve. Riteniamo però che questa sia la condizione che favorisce lo sviluppo della specie in discorso: infatti

il compianto Doflein ha osservato che in Macedonia le larve abitano specialmente nell'acqua corrente e più particolarmente nei ruscelli delle gole fra le rupi. Doflein ha creduto di spiegare questo fatto con la circostanza che nelle pozze delle rocce riempite dall'acqua delle gole si trovano le larve di *superpictus* costantemente accodate al margine della roccia. Questo accodarsi è un vizio frequente anche nel *claviger*. Ma nei nostri allevamenti in acquario non abbiamo potuto notare a questo riguardo una sicura differenza tra le larve delle due specie: sia le une che le altre si trovano anche in mezzo all'acqua, oltreché alla periferia. Sembra che quelle del *superpictus* restino al fondo un pò più di quelle del *claviger* e meno di quelle del *bifurcatus*, ma in proposito occorrono nuove osservazioni.

\*  
\* \*

Le uova vengono depositate a nastrino, come di solito nel *claviger* e così si contano anche facilmente. Queste uova sono alquanto più piccole di quelle del *claviger* e - fenomeno inaspettato - non presentano le note camere d'aria che, come si sa, sono caratteristiche in generale degli anofeli.

Le larve del *superpictus* rassomigliano moltissimo a quelle descritte come tali da Edwards; ne differiscono per alcuni particolari (variazioni locali). Quelle setole del capo che io denomino mediiali, sono più lunghe delle angolari e presentano alcuni corti ramuscoli, i quali mancano nella figura di Edwards. Nei miei *Studi di uno Zoologo sulla Malaria* è detto e figurato che le setole angolari sono anch'esse fornite di ramuscoli, mentre invece mancano negli esemplari ottenuti dai *superpictus* di Sangiovanni Incarico, che ora ho sott'occhio. Parlo s'intende di larve del quarto stadio. Altre minime differenze risultano per le setole confrontando la figura di Edwards della testa e di parte del pronoto con la mia.

\*  
\* \*

Perchè nell'Italia meridionale si tende in certe località a bonificare con l'acqua di mare, era per me importante determinare se le uova di *superpictus* potessero svilupparsi nell'acqua salata. Gli esperimenti finora fatti dimostrano che ciò non può accadere.

\*  
\* \*

Fu asserito da vari malariologi che il *superpictus* sarebbe destinato più particolarmente a propagare l'estivo-autunnale e il *claviger* la terzana, e ciò si è creduto di poter indurre dalle stagioni rispettive delle due specie di cui sopra ho parlato. Se non che nell'Agro Romano e nelle Paludi Pontine, regioni famigerate per le estivo-autunnali e le perniciose, in certi anni ter-



Fig. 1. - Ala ingrandita 17 volte.

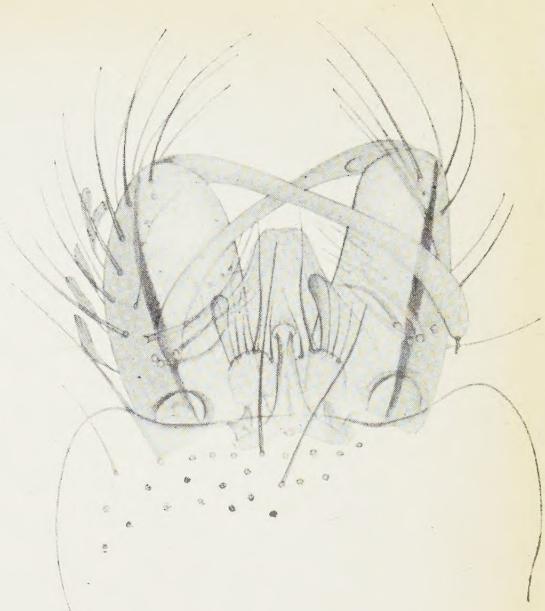


Fig. 4. - Ipopigio (maschile) fortemente ingrandito.

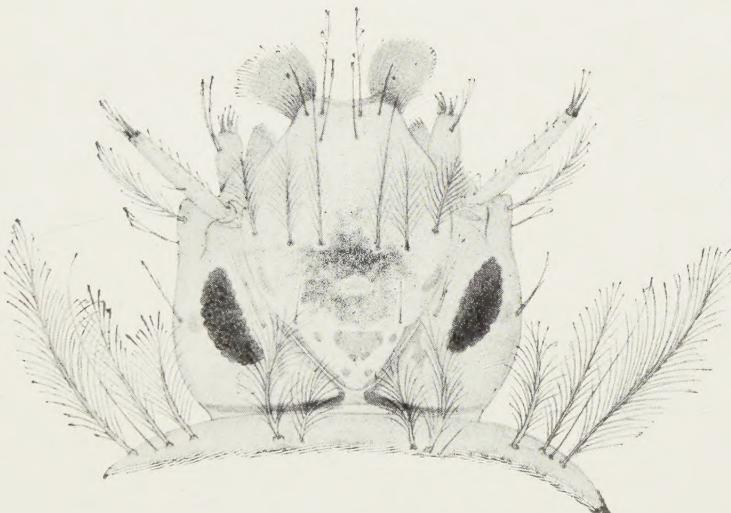


Fig. 2. - Testa di larva al quarto stadio, veduta dal dorso Oc. 1 Ob. 4 Korit.

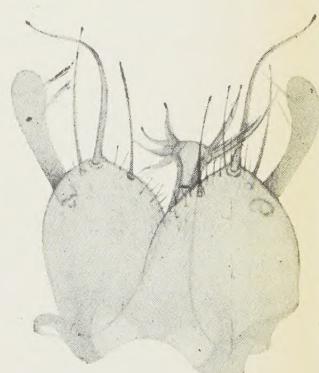
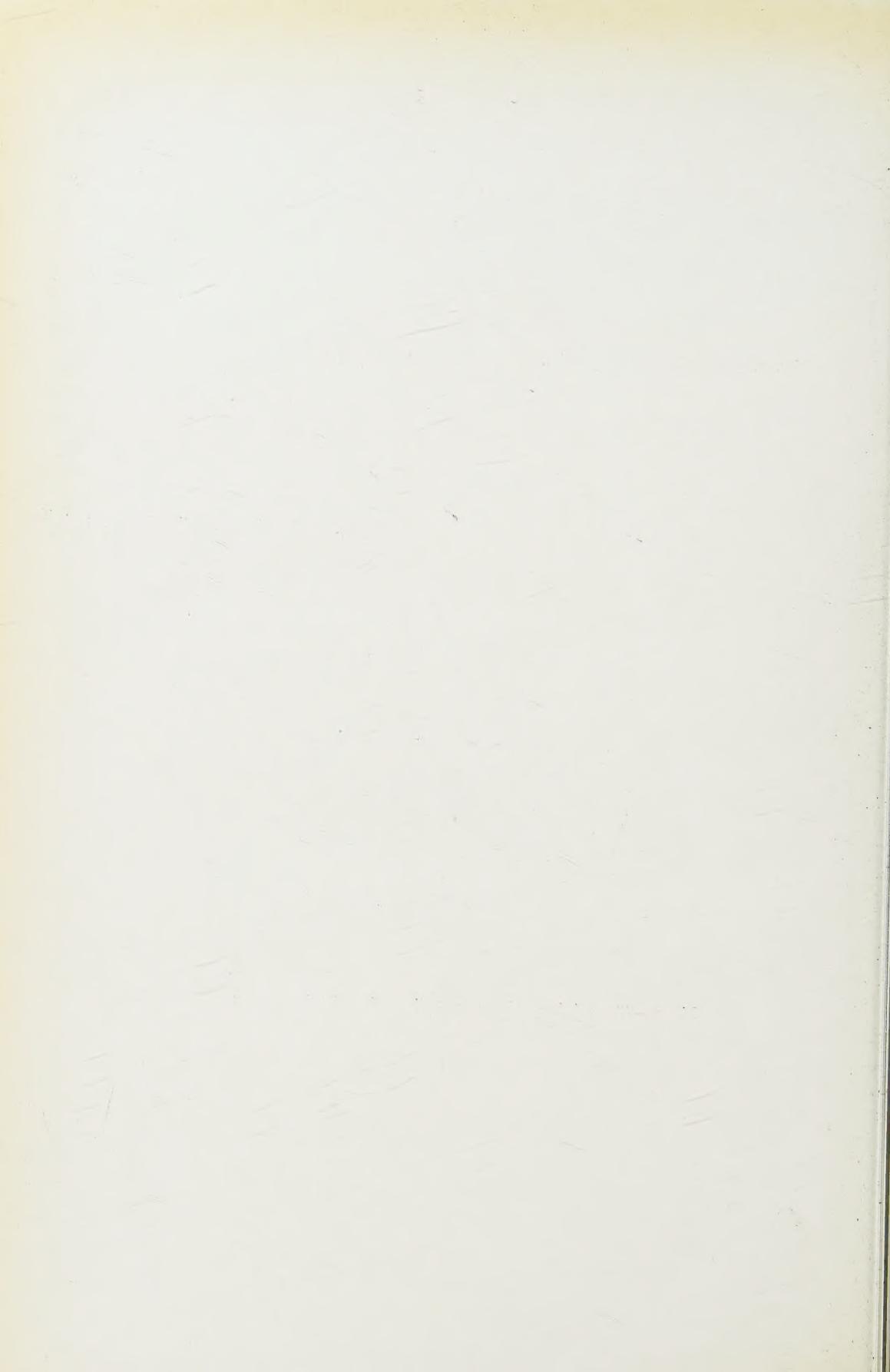


Fig. 5.



ribilmente frequenti, nessuno ha mai potuto trovare un *superpictus*. Nelle località dell'Italia meridionale, dove abbondano i *superpictus*, non c'è predominanza dell'estivo-autunnale maggiore che là dove essi mancano. Anche a Sangiovanni Incarico si verificano terzane ed estivo-autunnali, ma accanto ai *superpictus* abbondano i *claviger*.

\* \* \*

Edwards nella sua chiave sistematica attribuisce al *superpictus* i seguenti caratteri: punta dell'ultimo articolo dei palpi con squame bianche: torace con squame strette e con peli; due ultimi articoli bianchi dei palpi femminili piuttosto larghi. Non dice se la *aedoeagus* sia fornita di foglioline o no. Presento perciò una figura dell'ipopigio del *superpictus*, dalla quale risulta che le foglioline esistono. Anche gli altri caratteri ricordati da Edwards sono molto costanti, come io ho avuto occasione di verificare in esemplari provenienti dalle più diverse parti d'Italia.

Lo Stefani aveva asserito che in Sicilia la specie in discorso era da ritenersi un vero *albitarsis*, ma più tardi (*in litteris*) ritirò questo suo giudizio.

\* \* \*

Da questi brevi appunti sorge uno spunto polemico. Come è noto, Ross ad un certo momento ha preteso che io fossi arrivato ad accusare gli Anofeli come propagatori della malaria umana, in seguito alla sua asserzione (discutibile del resto) di aver trovato stadii di sviluppo delle semilune in certi mosquitos con le ali macchiate e con le uova caratteristiche, fornite cioè di quelle disposizioni che diconsi oggi camere d'aria.

Nuttall da prima e poi tutto il mondo ha dato e dava ragione a Ross fino agli ultimi tempi, in cui finalmente la verità è in cammino. Vi sono mille ed una prova che dimostrano assurda la pretesa di Ross, di Nuttall ecc., ma io non avrei mai creduto che ne potesse venir fuori una come quella che risulta dal fatto sopra esposto, che cioè il *superpictus* non ha camere d'aria, manca cioè della caratteristica fondamentale che mi avrebbe dovuto illuminare. È intuitivo che se mi fossi basato sulla suddetta descrizione di Ross, avrei cercato una forma con quattro macchie al margine anteriore dell'ala e avrei trovato il *superpictus* (ne ha appunto quattro e quattro sole sempre ben distinte), ma rilevando poi la mancanza delle camere d'aria avrei dovuto rinunciare a qualunque identificazione e concludere che non era possibile orientarsi con i dati di Ross. Il caso ha voluto che soltanto oggi dopo più di venticinque anni venissi a conoscenza di questa mancanza, da me neppure lontanamente supposta!

La verità è che io sono arrivato agli Anofeli trasmettitori della malaria umana del tutto indipendentemente da Ross; anche se alcuni mesi prima

di noi egli non avesse scoperto la trasmissione di un parassita malarico degli uccelli per mezzo del *Culex fatigans*, io, Bignami e Bastianelli saremmo arrivati nello stesso giorno in cui siamo arrivati, alla dimostrazione che la malaria umana viene propagata dalla puntura degli Anofeli, mentre Ross per quanto riguarda la malaria umana non è stato capace di arrivare ad alcun risultato positivo che molti mesi dopo di noi e dopo di aver conosciuto le nostre pubblicazioni.

Certamente tutte queste cose hanno ben poco interesse per coloro che continuano ad insegnare che fino ad ora la trasmissibilità della malaria umana è stata dimostrata solo per gli Anofeli sottintendendo la possibilità che possa venir provata anche per i Culex!

**Biologia.** — *Sulla possibilità della sensibilizzazione anafilattica nei vegetali.* Nota di B. LONGO e A. CESARIS-DEMEL<sup>(1)</sup>.

A. Lumière e H. Couturier<sup>(2)</sup> nel 1921 riferirono di avere nei vegetali, mediante le iniezioni di sostanze albuminoidi eterogenee, ottenute delle sensibilizzazioni anafilattiche. Questa conclusione recisamente affermata da questi A.A. quando fosse dimostrata vera, avrebbe certamente in biologia un grande valore, perchè noi ottenendo nei vegetali quanto ritenevamo aprioristicamente di poter ottenere solo negli animali, potremmo sperare di poter più intimamente comprendere l'interessante fenomeno della « anafilassi » per interpretare il quale abbiamo, è vero, molte teorie ma nessuna di queste è così probativa e sicura da ritenersi come la vera e definitiva.

Le manifestazioni anafilattiche nei vegetali, quando veramente potessero manifestarvisi, per la diversa struttura anatomica, per il diverso modo col quale si svolgono nei vegetali in confronto degli animali i normali processi del ricambio e della circolazione, non si potrebbero spiegare con alcune delle teorie che ancora oggi sono sostenute e che verrebbero con ciò necessariamente a sparire, rendendo poi più facile una successiva discussione e conclusione relativamente alla intima essenza dei fenomeni anafilattici.

Era naturale quindi che le conclusioni di Lumière e Couturier fossero sottoposte a controllo. Novoa Santos e Gonzales Criado furono i primi a farlo e nel 1924<sup>(3)</sup> riferirono che dopo di aver ripetute le esperienze di Lumière e Couturier non erano riusciti a confermarle venendo così alla

(1) Lavoro eseguito all'Orto Botanico di Pisa; presentato nella seduta del 5 giugno 1925.

(2) A. LUMIÈRE et H. COUTURIER, *L'anaphylaxie chez les végétaux.* « Comptes Rend. de l'Acad. des Sciences », CLXXII, 23 mai, 1921.

A. LUMIÈRE, *Role des Colloides chez les êtres vivants*, Masson, Paris, 1921, p. 128 e seg.

(3) NOVOA SANTOS et GONZALES CRIADO, *Sur la prétendue anaphylaxie chez les végétaux.* « Comptes Rend. de la Soc. de Biologie », 1924, n. 28.

conclusione opposta alla quale erano arrivati i precedenti autori, e che cioè nei vegetali con l'iniezione preventiva sensibilizzante di piccolissime dosi di albumine eterogenee non si possono, dopo un certo periodo di tempo durante il quale dovrebbe compiersi la sensibilizzazione, colla iniezione scatenante successiva ottenere i fenomeni della ipersensibilità anafilattica, ma se qualche alterazione in questi casi si ottiene questa è esclusivamente da attribuirsi ad accidenti traumatici e tossici, indipendenti da fatti di sensibilizzazione.

La questione però, ad onta di questa prova e controprova assolutamente contraddittorie, non parve definitivamente risolta e per il ristretto numero di specie vegetali saggiate in queste prove (e sappiamo che anche negli animali d'esperimento la facilità di conferire la sensibilizzazione anafilattica varia da specie a specie) e per le modalità sperimentali, che non furono sufficientemente variate in rapporto alla dose della sostanza sensibilizzante iniettata e in rapporto al tempo interposto tra la iniezione sensibilizzante e la scatenante, per poter escludere che la negatività del risultato non fosse in rapporto veramente alla impossibilità di riprodurre il fenomeno, ma semplicemente alle non adatte quantità di albumina iniettata ed all'insufficiente periodo di sensibilizzazione.

Sappiamo infatti che anche nelle anafilassi sperimentali, oggi così largamente praticate, la costanza del successo (specialmente quando collo scoppio dello choc anafilattico si vuole ottenere la morte dell'animale) si è potuta ottenere solo dopo che replicate esperienze permisero di stabilire la miglior dose da adoperarsi per la sensibilizzazione e la miglior dose per la determinazione dello choc, ed il tempo preciso che si deve lasciar intercorrere tra la iniezione sensibilizzante e la scatenante.

Aggiungiamo ancora che tanto Lumière e Couturier, quanto i loro contraddittori, hanno sempre adoperato nelle loro ricerche sui vegetali albumina animale (e cioè siero di cavallo o di asino) quindi albumina profondamente eterogenea e non mai albumine di origine vegetale.

Ad ogni modo l'uso esclusivo, che fu fatto dai sopraccitati autori di albumine animali, non costituisce un errore nello studio comparativo della sensibilizzazione anafilattica studiata nei vegetali, in contrapposto a quella conosciuta negli animali, perchè per quanto nelle anafilassi sperimentali quali ogni giorno si ottengono nei comuni animali di esperimento, si adoperino prevalentemente albumine, per quanto provenienti da animali di specie diversa, sempre di origine animale, molte delle anafilassi, che spontaneamente si istituiscono nell'uomo, hanno certamente a base delle albumine di origine vegetale (e basti ricordare le caratteristiche sensibilizzazioni anafilattiche determinate nell'uomo per via respiratoria dal polline di alcune graminacee inalate (con successive manifestazioni asmatiche) l'orticaria che compare in alcuni individui sensibilizzati per via enterale dalle albumine contenute nelle fragole, alla successiva ingestione di queste stesse frutta ecc., per cui anche negli animali si ha l'esempio di sensibilizzazioni ottenute con albumine vegetali, fatto

questo certamente dello stesso valore e dello stesso significato di quello che si vorrebbe dimostrare ottenuto nei vegetali con albumine animali.

Ad ogni modo, riprendendo a mano questo argomento, era logico, ripetendo le esperienze già fatte a scopo di controllo, di completarlo anche con altre nelle quali la ricordata lacuna fosse colmata e cioè provando nelle piante la sensibilizzazione anafilattica a mezzo di albumine di origine vegetale.

Nelle nostre esperienze, sulle quali ora riferiamo, noi abbiamo cominciato col ripetere, nelle stesse condizioni nelle quali furono fatte, le precedenti ricordate esperienze di Lumière e Couturier e dei loro contraddittori Novoa Santos e Gonzales Criado.

Ricordiamo che Lumière e Couturier adoperarono per la sensibilizzazione siero di cavallo o di asino, operarono su piante di acetosella, su bulbi di giacinto, su cipolle messe a germogliare e che le dosi della iniezione sensibilizzante variarono da 0.01 a 0.02 di siero, la dose della iniezione scatenante da 0.25 a 0.30, a 0.8 ed il tempo interposto tra le due iniezioni da 15 a 30 giorni. Da questi autori furono interpretate come manifestazioni anafilattiche l'afflosciamento dei rami iniettati alla base (acetosella), l'afflosciamento di tutta la pianta iniettata nel bulbo, la cui parte centrale presentava contemporaneamente fatti di rammollimento (giacinti, cipolle), manifestazioni che cominciavano a comparire da 4 a 5 giorni dopo la iniezione scatenante, mentre non comparivano mai nelle piante di controllo nelle quali veniva eseguita solo la seconda iniezione.

Novoa Santos e Gonzales Criado ripeterono le esperienze sul *Lilium candidum*, sulla *Clivia minuta*, sulla *Calla aetiopica* e sulla *Mimosa pudica*, iniettate con siero bovino in dose di 0.02 e dopo 10 giorni con siero non diluito (periodo questo di attesa certamente troppo breve e che toglie un po' di valore al risultato di queste esperienze giacchè è sempre meglio, data la lentezza colla quale si stabiliscono i fenomeni della sensibilizzazione, prolungare il tempo di attesa che ridurlo) e non ottennero alcuna manifestazione di sofferenza nelle piante iniettate, simili a quelle ottenute da Lumière e Couturier.

Noi abbiamo ripetute queste esperienze (operando sempre su parecchi esemplari della stessa specie contemporaneamente e tenendo sempre delle piante di controllo nelle stesse condizioni di ambiente di quelle operate) sulle seguenti piante:

Giacinti, Cipolle, Gigli bianchi, *Clivia nobilis* Lindl., *Impatiens Sultani* Hook. f., Lupini, Begonie, *Iresine Herbstii* Hook.

Per la sensibilizzazione abbiamo adoperato siero di cavallo, proveniente dall'Istituto Sieroterapico Milanese, diluendolo quando occorreva in acqua; l'iniezione sensibilizzante fu di 0.01 - 0.02, la dose scatenante di 0.25 ed il periodo di attesa di 32 giorni.

Nelle piante dove fu possibile il farlo, le iniezioni furono fatte direttamente nel bulbo a mezzo di una siringa, nelle altre direttamente alla base

del caule esercitando una forte e continua pressione sullo stantuffo, dato che molte volte la resistenza offerta alla penetrazione del liquido era molto forte. Dobbiamo anzi aggiungere a questo proposito che alcune volte ci riuscì impossibile graduare esattamente la quantità di liquido penetrato nella pianta perchè questo, per la grande resistenza incontrata, in gran parte refluiva lungo la parete dell'ago infisso, in parte fuorusciva da parti vicine specialmente alla ascella fogliare. Non per questo però noi abbiamo creduto di scartare queste piante dall'esperimento, ben sapendo come tanto la dose della iniezione sensibilizzante, quanto quella della scatenante possano variare in termini abbastanza estesi senza che per questo possa essere impedita successivamente la manifestazione dei fenomeni anafilattici.

Ora dobbiamo dire che il risultato di queste esperienze fu assolutamente negativo. Pur esaminando accuratamente ogni giorno le piante sensibilizzate, nelle quali era stata fatta la iniezione scatenante, non abbiamo visto in queste comparire alcun segno di sofferenza o di afflosciamento, nè abbiamo osservato alcun rammollimento con colliquazione centrale dei bulbi iniettati. Le piante sulle quali si era tentata la sensibilizzazione si dimostrarono assolutamente identiche nel comportamento alle piante controllo nelle quali la piccola dose di siero iniettato dimostrò di non esercitare alcuna azione dannosa.

Contemporaneamente alle piante sperimentate nei termini ora descritti ne abbiano iniettate, colle stesse dosi, altre della stessa specie nelle quali abbiamo lasciato un più lungo periodo di attesa tra le due iniezioni, immaginando che forse nelle piante, nelle quali i fenomeni circolatori sono molto più lenti che non negli animali, occorresse un più lungo periodo di attesa perchè il fenomeno della sensibilizzazione avesse tempo di stabilirsi ed il periodo di attesa tra le due iniezioni quindi fu prolungato da 32 giorni a 54. Anche qui i risultati furono completamente negativi, ed è utile aggiungere che anche per osservazioni continue fino ad oggi, e quindi a parecchi mesi di distanza, le piante dimostrarono di non aver sofferto affatto dall'esperimento giacchè hanno raggiunto il loro sviluppo normale, fiorendo regolarmente, e ciò tanto per le piante sensibilizzate come per quelle che avevano servito di controllo.

In una terza serie di esperienze noi abbiamo tentato di sensibilizzare le piante con albumina vegetale.

La sostanza da noi adoperata fu la « leucosina » (albumina dei semi di frumento). Dietro nostra richiesta ci fu cortesemente preparata ed offerta dal chiar. prof. Ravenna (che vivamente ora ringraziamo), il quale la ottenne per semisaturazione dell'estratto acquoso di farina di frumento, con solfato di ammonio. La concentrazione (ottenuta per evaporazione a bagno maria) della leucosina fornitaci per la iniezione sensibilizzante fu circa dell' 8 %, per la iniezione scatenante invece circa del 4 %. Nella iniezione sensibilizzante però la leucosina fu fortemente diluita, nella scatenante adoperata come ci fu fornita.

Questo esperimento fu fatto sulle seguenti piante:

*Araucaria brasiliiana* Rich., *Lilium candidum* L., *Vicia Faba* L., *Lupinus albus* L., *Delphinium Staphysagria* L., *Papaver somniferum* L., var. *album* Mill., *Sambucus nigra* L., *Aegopodium Podagraria* L., *Ferula glauca* L., *Scrophularia canina* L., *Chrisanthemum frutescens* L.

Scegliemmo apposta piante di tipi diversi, Gimnosperme, Monocotiledoni e Dicotiledoni (Archiclamidee e Metaclamidee) e persino una (Ferula) presentante i fasci sparsi come le Monocotiledoni. Sperimentammo su piante giovanissime, giovani ed adulte. Durante il periodo freddo sperimentammo su piante coltivate in vaso e tenute a riparo nelle serre, nella buona stagione invece oltre che in piante in vaso, in altre liberamente vegetanti in pien'aria nell'Orto Botanico.

Le iniezioni furono fatte nelle parti più giovani delle piante e quanto più possibile in prossimità degli apici vegetativi.

Anche in queste esperienze non fu sempre possibile calcolare esattamente la quantità di albumina iniettata, data la grande resistenza offerta da alcune piante alla penetrazione del liquido, e dato che in altre il liquido di iniezione, che si poteva iniettare con facilità, refluiva da parti vicine e specialmente in corrispondenza delle ascelle delle foglie.

Le dosi iniettate, così, furono sensibilmente diverse da pianta a pianta iniettata ed è inutile il volerne dare ora il valore preciso, più utile invece è il riferire che in nessuna di queste piante si ebbe alla iniezione scatenante alcuna specie di afflosciamento, di arresto di sviluppo, di sofferenza. Solo in alcune piante in corso di tentata sensibilizzazione o in piante di controllo in seguito alle iniezioni, specialmente fatte con quantità abbondante di liquido, si ebbero talora segni di mortificazione locale evidentemente in rapporto alla lesione traumatica troppo violenta, della iniezione stessa.

Con queste esperienze però il nostro compito non è ancora finito, ed altre esperienze abbiamo ora in corso, sulle quali in avvenire riferiremo. Da quelle che abbiamo esposte però, senza voler entrare in merito alla interpretazione dei fenomeni anafilattici, e lo avremmo fatto volentieri quando avessimo potuto ottenere dei risultati positivi, crediamo di poter concludere che nei vegetali almeno, colle modalità sperimentali da noi seguite, non si ha la possibilità di ottenere la sensibilizzazione che si manifesti poi con quei fenomeni reattivi dell'organismo che siamo abituati a definire come fenomeni anafilattici e che sono costanti ad ottenersi negli animali opportunamente sensibilizzati, e che perciò nei vegetali non si possa parlare di « anafilassi », che resterebbe quindi un fenomeno che si manifesta solo negli animali in rapporto alla loro struttura tanto diversa da quella dei vegetali.

## NOTE PRESENTATE DA SOCI

**Analisi matematica.** — *Sur l'intégration des polynômes de Stieltjes.*  
Nota di S. SAKS, presentata dal Socio Corrisp. L. TONELLI <sup>(1)</sup>.

1.  $f(x)$  étant une fonction intégrable dans  $(0,1)$ , l'expression

$$(1) \quad p_n(x) = \frac{k_n}{2} \int_0^1 f(\zeta) \cdot [1 - (\zeta - x)^2]^n d\zeta, \quad \text{où: } \frac{1}{k_n} = \int_0^1 (1 - t^2)^n dt,$$

est dite polynôme de Stieltjes de la fonction  $f(x)$ .

M. Tonelli a prouvé <sup>(2)</sup> que  $f(x)$  étant sommable, on a pour tout  $x$  intérieur à l'intervalle  $(0,1)$ :

$$(2) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^x p_n(t) dt = \int_0^x f(t) dt.$$

Le but de cette Note est d'en donner une nouvelle démonstration qui paraît assez simple et qui s'applique indifféremment aux fonctions intégrables dans le sens plus général que celui de M. Lebesgue, p. ex. aux fonctions *totalisables*. La méthode que nous employons peut être d'ailleurs utilisée dans bien des cas analogues <sup>(3)</sup>.

Posons :

$$(3) \quad \begin{aligned} F(x) &= \int_0^x f(t) dt, \\ P_n(x) &= \frac{k_n}{2} \int_0^1 F(\zeta) \cdot [1 - (\zeta - x)^2]^n d\zeta. \end{aligned}$$

On a:

$$\begin{aligned} P'_n(x) &= \frac{k_n}{2} \int_0^1 F(\zeta) \cdot \frac{d}{dx} [1 - (\zeta - x)^2]^n d\zeta \\ &= -\frac{k_n}{2} \int_0^1 F(\zeta) \cdot \frac{d}{d\zeta} [1 - (\zeta - x)^2]^n d\zeta, \end{aligned}$$

(1) Presentata nella seduta del 5 giugno 1925.

(2) TONELLI, *Sopra alcuni polinomi approssimativi*. « Ann. di Mat. », t. XXV, 1916.

(3) On sait, d'après M. DE LA VALLÉE-POUSSIN, qu'en tout point  $x$  ( $0 < x < 1$ ) où  $f(x)$  est continue:  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n(x) = f(x)$ , et qu'en tout point, où  $f(x)$  admet la dérivée:

$\lim_{n \rightarrow \infty} p'_n(x) = f'(x)$ . La méthode employée dans le texte permet d'en déduire de suite le théorème suivant de M. RIESS (« Jahresb. der Deutsch. Math.-Ver. », Bd. XVII (1908)):  $f(x)$  étant sommable dans  $(0,1)$ , l'égalité:  $\lim p_n(x) = f(x)$  a lieu presque partout; il suffit d'ailleurs supposer que  $f(x)$  est totalisable au sens restreint; on ne sait cependant comment les choses se présentent pour les fonctions totalisables au sens large.

d'où, en intégrant par parties et, tenant compte de (1) et (3):

$$\begin{aligned} P'_n(x) &= -\frac{k_n}{2} [1 - (1-x)^2]^n F(1) + \frac{2}{k_n} \int_1^x F'(\zeta) [1 - (\zeta-x)^2]^n d\zeta \\ (4) \quad &= \varepsilon_n(x) + p_n(x) \end{aligned}$$

où  $\varepsilon_n(x) = -\frac{k_n}{2} [1 - (1-x)^2]^n F(1)$  tend uniformément vers 0 dans tout intervalle  $(0, a)$  ( $a < 1$ ) des valeurs de  $x$ .

Donc :

$$P_n(x) = P_n(0) + \int_0^x \varepsilon_n(t) dt + \int_0^x p_n(t) dt,$$

d'où :

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^x p_n(t) dt \quad (0 \leq x < 1),$$

car,  $F(x)$  étant continue, on a d'après le théorème de M. de la Vallée-Poussin<sup>(1)</sup>:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_n(x) = F(x) \quad (\text{pour: } 0 < x < 1), \quad \text{et: } \lim_{n \rightarrow \infty} P_n(0) = \frac{1}{2} F(0) = 0.$$

2. Dans le cas où  $f(x)$  est *sommable* dans un intervalle  $(a, b) / 0 < a < b < 1 /$ , M. Tonelli a prouvé un théorème qui va plus loin, notamment que la relation (2) a lieu sur tout ensemble mesurable contenu dans  $(a, b)$ .

Cette proposition peut être aussi déduite de l'égalité (4), si l'on tient compte de quelques théorèmes connus.

Envisageons d'abord les intégrales :

$$\int_0^x P'_n(t) dt = P_n(x) - P_n(0).$$

D'après le second théorème de M. de la Vallée-Poussin<sup>(1)</sup>, on a presque partout :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P'_n(v) = F'(x) = f(x);$$

d'autre part,  $F(x)$  étant absolument continue dans  $(a, b)$ , ses polynômes  $P_n(x)$  le sont aussi, et même de façon uniforme<sup>(2)</sup> (*equiassolutamente continuo*) dans cet intervalle.

Par suite, d'après le théorème de M. Vitali<sup>(3)</sup>, on a sur tout ensemble mesurable  $E$  contenu dans  $(a, b)$

$$(5) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \int_E P'_n(x) dx = \int_E F'(x) dx = \int_E f(x) dx.$$

(1) *Voir* la note précédente.

(2) TONELLI, loc. cit., pp. 16-17.

(3) VITALI, «Rend. del Circ. Mat. Palermo», t. XXIII, 1907. Cfr. aussi: TONELLI, loc. cit., p. 10.

Or, d'après (4):

$$\int_E P'_n(x) dx = \int_E \varepsilon_n(x) dx + \int_E p_n(x) dx,$$

donc,  $\varepsilon_n(x)$  tendant uniformément vers 0 dans tout intervalle intérieur à (0,1), on conclut en vertu de (5):

$$\lim \int_E p_n(x) dx = \int_E f(x),$$

ce qui fournit le second théorème de M. Tonelli.

### **Meccanica. — *Sul moto del bumerang.* Nota di BRUNO FINZI, presentata dal Corrisp. U. CISOTTI.**

In una mia Memoria recente<sup>(1)</sup>, mi sono occupato di studiare il moto del bumerang, la caratteristica arma australiana. Ho studiato, precisamente, il moto del suo baricentro, giustificando le strane traiettorie da esso descritte, rendendo ragione, in particolare, del ritorno dell'arma al lanciatore, allorché essa fallisce il bersaglio. E però, la trattazione in discorso si riferiva esclusivamente al caso in cui le condizioni iniziali di lancio erano tali, che peresse il moto del baricentro avveniva in un piano, e precisamente in un piano verticale. Mi propongo ora di completare la trattazione nel caso più generale in cui la traiettoria del baricentro è una curva spaziale.

Nella nota citata, prima di trattare il problema del bumerang, mi occupavo di un problema più semplice, dalla soluzione del quale mi era facile far dipendere la soluzione del problema del bumerang: quello relativo al moto di una lamina piana. Ancor qui incomincerò a generalizzare i risultati ottenuti per la lamina piana, così che mi sarà poi facile valermene per il problema che forma oggetto di questa Nota.

#### **I. — Richiami:**

Ricordo le ipotesi che mi hanno permesso la trattazione nel caso di moto piano, ipotesi che non saranno certamente infirmate nella trattazione più generale che ci proponiamo.

Un corpo rigido è lanciato nell'aria: su di esso agisce il peso proprio e l'azione esercitata dall'aria sul corpo stesso. Nella mia Nota citata<sup>(2)</sup> ho ammesso che la parte  $\sigma$  di superficie limitante il corpo, a contatto con le

(1) B. FINZI, *Sopra il problema del bumerang*, « Rendiconti del R. Istituto Lombardo », vol. LVIII, fasc. VI-X, 1925. Cfr. relativa bibliografia.

(2) B. FINZI, loc. cit., p. 2. Poiché avrò occasione frequente di richiamare la Nota ora citata, indicherò brevemente con n. c., p. . . ., la locuzione « Nota citata, pagina . . . »; con n. c. (.) « Nota citata, formula (.) ».

particelle d'aria che sono effettivamente in moto rispetto al solido, coincida con la superficie del solido che investe l'aria, luogo dei punti cioè, per cui

$$(1) \quad \mathbf{v} \times \mathbf{n} = v_n \leq 0$$

( $\mathbf{v}$  è la velocità di un punto  $P$  di  $\sigma$ , la cui normale rivolta verso il solido è  $\mathbf{n}$ ). Se  $p$  è la pressione che l'aria esercita su  $\sigma$  in  $P$ , ho mostrato<sup>(1)</sup> come possa ragionevolmente ritenersi che l'azione che l'aria esercita sul solido in essa immerso, ammetta per risultante

$$(2) \quad \mathbf{R} = \int_{\sigma} p(v_n) \mathbf{n} d\sigma.$$

Espressione questa nella quale rientra appunto quella assegnata ad  $\mathbf{R}$  dal Siacci<sup>(2)</sup>.

2. — *Lamina piana*:

Una porzione di superficie piana materiale è lanciata con velocità iniziale  $\mathbf{v}_0$ . Sia  $m$  la massa della superficie,  $\sigma$  la sua area. È sempre possibile imprimere alla lamina una rotazione iniziale  $\omega_0$ , normale alla superficie, attorno al baricentro  $B$ , di modulo così grande, che, in un intervallo di tempo finito, la superficie piana mantenga inalterata la propria giacitura nello spazio<sup>(3)</sup>, così che  $\mathbf{R} = p(v_n) \sigma \mathbf{n}$ .

Nella precedente  $\mathbf{n}$  è un vettore unitario costante.

Se la velocità iniziale  $\mathbf{v}_0$  non è complanare con  $\mathbf{R}$  e con  $\mathbf{g}$  (accelerazione di gravità), il moto del baricentro non può presumersi piano. Introduciamo allora una terna fissa di assi ortogonali, tali che  $x, y, z$  siano le coordinate di  $B$  rispetto ad essa. L'asse delle  $z$  abbia ugual direzione e verso opposto a  $\mathbf{g}$ .

Il principio di moto del baricentro ci assicura che<sup>(4)</sup>

$$(3) \quad \begin{cases} m \ddot{x} = \sigma p (\dot{x} n_x + \dot{y} n_y + \dot{z} n_z) n_x, \\ m \ddot{y} = \sigma p n_y, \quad m \ddot{z} = \sigma p n_z. \end{cases}$$

Se

$$\dot{x} = v_x, \quad \dot{y} = v_y, \quad \dot{z} = v_z,$$

la n. c. (8) rimarrà immutata, e

$$(4) \quad v_y = n_y n_x^{-1} v_x + b$$

(1) N. c., p. 2, n. c. (2).

(2) F. SIACCI, *Balistica*, Torino, 1888, pp. 330-367

(3) N. c., pp. 3, 4, 5.

(4) N. c., (7), (7').

essendo  $h$  costante. In virtù della n. c. (8) e della (4), si avrà:

$$v_n = -n_z g t + n_z k + n_y h + n_x^{-1} v_x,$$

e in virtù della prima delle (3),  $v_n$  è definita, a meno di una costante d'integrazione  $t_0$ , dalla n. c. (10). Dopo di ciò la determinazione di  $v_x, v_y, v_z$ , e quindi delle equazioni di moto, è problema ricondotto alle quadrature.

Nel caso particolare (assai prossimo alla realtà) di resistenza quadratica, per cui  $p(v_n) = \rho x v_n^2$  ( $x$  coefficiente costante,  $\rho$  densità dell'aria, costante), la n. c. (10) integrata dà

$$v_n = -n_z a \operatorname{Cth} \frac{g}{a} (t + t_0) \quad , \quad a^2 n_z \rho x \sigma = m g$$

così che

$$(5) \quad v_x = n_x n_z \left( -a \operatorname{Cth} \frac{g}{a} (t + t_0) + g t - k \right) - n_x n_y h$$

$$(6) \quad v_y = n_y n_z \left( -a \operatorname{Cth} \frac{g}{a} (t + t_0) + g t - k \right) + (n_x^2 + n_z^2) h$$

$$(7) \quad v_z = -n_z^2 - a \operatorname{Cth} \frac{g}{a} (t + t_0) - (n_x^2 + n_y^2) g t + (n_x^2 + n_y^2) k - n_y n_z h.$$

Operando come nel caso di moto piano (n. c., pp. 7, 8) si ha che  $t_0$  è ancora definito dalla n. c. (15), con la condizione (analogia alla n. c. (16)):

$$(8) \quad |\mathbf{n} \times \mathbf{v}_o| \equiv a n_z.$$

Analogamente alla n. c. (17) si ha:

$$(9) \quad k n_x = (\mathbf{v}_o \wedge \mathbf{n})_y \quad , \quad b n_x = (\mathbf{n} \wedge \mathbf{v}_o)_z.$$

Essendo  $n_z > 0$ ,  $v_{o z} > 0$ , ferma la (1), è sempre possibile scegliere gli assi di riferimento in modo tale che le componenti di  $\mathbf{v}_o$  siano tutte positive e  $n_x < 0$ , così che  $k > 0$ , e  $b > 0$  per  $n_y > 0$ ,  $b \leq 0$  per  $n_y < 0$ .  $\cdot b = 0$  quando  $\mathbf{v}_o$  e  $\mathbf{n}$  giacciono in uno stesso piano verticale. Ma  $b = 0$  è condizione necessaria e sufficiente perché la traiettoria sia piana; infatti: Tale condizione è espressa dalla relazione  $\dot{\mathbf{B}} \wedge \ddot{\mathbf{B}} \times \ddot{\mathbf{B}} = 0$ , ossia, in virtù della n. c. (8) e della (4)

$$\begin{vmatrix} v_x & v_x + b n_x n_y^{-1} & v_x + n_x n_z^{-1} (-g t + k) \\ \dot{v}_x & \dot{v}_x & \dot{v}_x - n_x n_z^{-1} g \\ \ddot{v}_x & \ddot{v}_x & \ddot{v}_x \end{vmatrix} = 0$$

relazione questa soddisfatta per  $n_x = 0$  soltanto da  $b = 0$ . Per  $b = 0, 0$ , se si vuole, per  $\mathbf{v}_0$  e  $\mathbf{n}$  posti nello stesso piano verticale, e per questa condizione soltanto la traiettoria del baricentro sarà piana. Nelle condizioni del problema che stiamo trattando, supponiamo dunque  $b \neq 0$ .

Determiniamo gli zeri di  $v_x, v_y, v_z$ . Procedendo analogamente a quel che si è fatto nel caso di moto piano (n. c., pp. 8, 9) si vede come gli zeri in parola siano definiti dall'incontro della linea  $\eta = a \operatorname{Cth} \dots$ <sup>(1)</sup> rispettivamente con le rette

$$\eta = g t + \dots, \eta = g t + \dots, \eta = -n_z^{-1} (n_x^2 + n_y^2) g t + \dots$$

Non è difficile costruire una figura analoga alla 1 di n. c., p. 9, che mostri in modo evidente l'esistenza di un solo zero di  $v_x, v_y, v_z$ . Facilmente si vede che lo zero di  $v_z$  precede quello di  $v_x$  e quello di  $v_y$ . Se poi  $n_y b > 0$ , lo zero di  $v_y$  precede quello di  $v_x$ ; se  $n_y b < 0$ , lo zero di  $v_x$  precede quello di  $v_y$ . Se poi gli zeri di  $v_x$  e  $v_y$  coincidono, è  $n_y b = 0$ , ossia la traiettoria piana.

Siamo ora in grado di determinare le equazioni di moto: Integriamo le (5), (6), (7), tenendo conto delle condizioni iniziali, avremo:

$$(10) \quad \begin{cases} x = n_x n_z \left( -\frac{a^2}{g} \log \operatorname{Sh} \frac{g}{a} \frac{t + t_0}{t_0} + g \frac{t^2}{2} - k t \right) - n_x n_y b t, \\ y = n_x^{-1} n_y x + b t \quad , \quad z = n_x^{-1} n_z x + k t - g t^2/2. \end{cases}$$

È facile verificare, che salvo che per i casi detti a n. c., pp. 11, 12; la traiettoria non è chiusa nell'origine. Se  $\Delta z$  è il valore che  $z$  assume per  $t = 0$ ,  $x = 0$ ,  $\Delta y$  è il valore che  $y$  assume per  $t = 0$ ,  $x = 0$ ,  $\Delta y$  ha lo stesso segno di  $b$ , e non può esser nullo che per  $b = 0$ . In quanto a  $\Delta z$  esso sarà negativo per  $b n_y > 0$ , positivo, negativo, ed anche nullo per  $b n_y < 0$ . La tangente alla traiettoria nel punto all'infinito ( $t = \infty$ ) ha coseni direttori proporzionali a  $n_x n_z, n_y n_z, -(n_x^2 + n_y^2)$ .

### 3. — Bumerang:

La superficie limitante il bumerang si può considerare prossima ad una superficie piana. Precisamente se  $\mathbf{n}'$  è un vettore costante parallelo alla rotazione iniziale  $\omega_0$ ; se  $\mathbf{n}''$  è un vettore unitario normale a  $\mathbf{n}'$  e al vettore P-B (definito dal punto generico P e il baricentro B) e di verso tale che la terna P-B,  $\mathbf{n}', \mathbf{n}''$  sia sinistrorsa; se  $\epsilon$  è una quantità così piccola da poter essere considerata quale infinitesimo del primo ordine, tale però che (essendo  $\omega_0$  molto grande)  $\omega_0 \epsilon = \mu$ , risulti grandezza finita: riterremo:  $\mathbf{n} = \mathbf{n}' + \epsilon \mathbf{n}''$  (n. c. (26)).

(1) In luogo di  $\eta$  nella nota citata si trova la lettera  $y$ .

Come nel caso piano, potremo determinare un  $\omega_0$  così grande, che durante il moto sia  $\omega = \omega_0$  (n. c., pp. 16, 17). Allora la (2) insieme alla n. c. (6), n. c. (26) (ove si indichi  $|P-B|$  con  $r$ ) definisce per  $\mathbf{R}$  l'espressione:

$$\mathbf{R} = \mathbf{n}' \int_{\sigma} p (\mathbf{v} \times \mathbf{n}' + r \mu) d\sigma,$$

con la condizione

$$(11) \quad \mathbf{v} \times \mathbf{n} < -\mu r_2 \quad (\text{n. c. (27), n. c. (1')})$$

nella quale  $r_2$  è il limite superiore di  $r$ .

Se la resistenza si ritiene quadratica, e si pone

$$\mu \int_{\sigma} r d\sigma = \sigma \lambda \quad , \quad \mu^2 \int_{\sigma} r^2 d\sigma - \lambda^2 \sigma = \sigma v \, ,$$

$\mathbf{R}$  assume la forma (n. c. (29))

$$(12) \quad \mathbf{R} = \mathbf{n} \rho x \sigma ((v_n + \lambda)^2 + v) \, .$$

Studiamo il moto del baricentro B: Poniamo  $\gamma m n_{\zeta} = v \rho x \sigma$ ,  $\alpha^2 \rho x \sigma n_{\zeta}^2 = m g n_{\zeta} - v \rho x \sigma$  (con la condizione  $\alpha^2 > 0$ ), otterremo per  $v_x, v_y, v_z$  espressioni del tutto analoghe alle n. c. (33), n. c. (34), e precisamente coincidenti con le (5), (6), (7), ai secondi membri delle quali si tolga rispettivamente  $\lambda n_x, \lambda n_y, \lambda n_z$ , e nelle quali ad  $\alpha$  si sostituisca  $\alpha, a g, g - \gamma$  sotto il segno Cth. Le espressioni così ottenute avranno senso fin che sarà verificata la (11), ossia fino ad un istante  $t_H$  definito dalla n. c. (36). Quest'ultima ammette soluzioni reali se la n. c. (37) è verificata.

Se la n. c. (37) non è verificata, la soluzione trovata varrà sempre, e la discussione, in questo caso, è del tutto analoga a quella svolta a n. c., pp. 20, 21; identica a quella relativa al caso della lamina piana.

Se la n. c. (37) è verificata, esiste un istante  $t_H$  in cui la (12) cessa di valere, ed in sua vece sussiste la (n. c., pp. 21, 22, (29'))

$$(12') \quad \mathbf{R} = \mathbf{n} \rho x \sigma \left\{ (v_n + \lambda)^2 + v - S \right\}$$

essendo

$$S = 2 \left( \sigma_2 v_n^2 + \mu^2 \int_{\sigma_2} r^2 d\sigma_2 \right) \, ,$$

$\sigma_2$  la parte di  $\sigma$  ove la (11) non è verificata. Se poi  $\sigma_2 = \sigma$  la (12') diviene

$$(12'') \quad \mathbf{R} = -\mathbf{n} \rho x \sigma \left\{ (v_n - \lambda)^2 + v \right\} \, .$$

In virtù di considerazioni svolte (n. c., pp. 22, 23), la (12') non potrà cessare di valere; così che può continuare la discussione come a n. c., pp. 23, 24, 25.

Esaurito il caso  $\alpha^2 > 0$ , prendiamo in esame il caso  $\alpha^2 = 0$ . Ricordiamo la n. c. (32), e poniamo  $\rho x \sigma s = m$ : otterremo per  $v_x, v_y, v_z$  espressioni analoghe alla n. c. (33'); del resto coincidenti con le (5), (6), (7), ai secondi membri delle quali ad  $a Cth \dots$  si sostituisca  $s(t + t_0)^{-1}$ , e si tolga rispettivamente  $\lambda n_x, \lambda n_y, \lambda n_z$ . Queste relazioni sussisteranno fino che  $t = t_H$ . Nel caso in esame  $t_H$  è reale, in quanto che la n. c. (37) è sempre verificata. Per  $t > t_H$  il moto avviene in modo perfettamente identico al caso  $\alpha^2 > 0$ . A quella trattazione si è quindi rimandati. Rispetto agli zeri di  $v_x, v_y, v_z$ , si potrebbero ripetere le considerazioni svolte a proposito del caso  $\alpha^2 > 0$ , n. c. (37) verificata.

Prendiamo infine in esame il caso  $\alpha^2 < 0$  ( $\alpha$  immaginario): Poniamo  $\alpha_1^2 = -\alpha^2$ . Operiamo come a n. c., pp. 26, 27; si avranno per  $v_x, v_y, v_z$ , espressioni coincidenti con le (5), (6), (7), ai secondi membri delle quali ad  $a Cth \dots$ , si sostituisca  $\operatorname{tg} \alpha_1^{-1}(g - \gamma)(t + t_0)$ ; e si tolga rispettivamente  $\lambda n_x, \lambda n_y, \lambda n_z$ .

Nel caso in esame la n. c. (37) è sempre verificata, e, per  $t > t_H$ , il moto avviene in modo perfettamente identico a quello relativo al caso  $\alpha^2 > 0$ .

Fino ad ora considerammo i casi per i quali  $v_n < -\mu r_1$ , per cui, cioè, inizialmente vale la (12). Consideriamo ora i casi, per i quali inizialmente sussiste la (12'), e quelli per cui inizialmente sussiste la (12''):

*Valga inizialmente la (12')*: La (12') continuerà sempre a sussistere, giacchè, per considerazioni svolte, l'istante in cui cessa di valere non esiste. Ragionando allora come a n. c., pp. 28, 29, è facile convincersi che la traiettoria anche in questo caso, è del tutto analoga a quelle considerate nei casi precedenti: per essa, ancora, lo zero di  $v_z$  precede gli zeri di  $v_x$  e  $v_y$ .

*Valga inizialmente la (12'')*: Se  $r_1$  è il limite inferiore di  $r$ , la (12'') continuerà a sussistere fin che  $v_n > -\mu r_1$ . Allor che  $v_n = -\mu r_1$ , cesserà di valere la (12'') e incomincerà a valere la (12'). L'istante  $t_{H'}$ , in cui ciò avviene, sarà reale ogni volta che la  $v_n = -\mu r_1$  ammetterà soluzioni reali. In quanto alla (12') essa continuerà a sussistere fin che  $v_n > -\mu r_2$ . Ma nelle condizioni attuali  $v_n$  non può raggiungere il valore  $-\mu r_2$  (n. c., p. 29) così che la (12') non può cessare di sussistere.

Integriamo la (12''): Poniamo  $\alpha_2^2 \rho x \sigma n_z^2 = m g n_z + v \rho x \sigma$ .

Sia  $\alpha_2^2 > 0$ : Operando analogamente a quel che si è fatto nei casi precedenti, si avranno per  $v_x, v_y, v_z$  espressioni identiche alle (5), (6), (7), nei secondi membri delle quali a  $-a Cth \dots$  si sostituisca  $\alpha_2 Cth \dots$ , e si aggiunga rispettivamente  $\lambda n_x, \lambda n_y, \lambda n_z$ . Queste relazioni avranno senso fin che  $v_n = -\mu r_1$ , ossia fino ad un istante  $t_{H'}$ , definito dalla n. c. ((36)). Ques'ultima non ammette soluzioni reali: Non esiste dunque,

nel caso in esame, un istante nel quale le espressioni trovate per  $v_x, v_y, v_z$  cessino di sussistere.

*Il caso  $\alpha_2^2 = 0$*  è tosto discusso sulla traccia di quel che si è visto nel caso in cui vale inizialmente la (12) e  $\alpha^2 = 0$ . Per esso (come nel caso  $\alpha_2^2 > 0$ ) la n. c. ((36)) non ammette soluzioni reali.

Consideriamo *il caso in cui  $\alpha_2^2 < 0$* : Se  $\alpha_3^2 = -\alpha_2^2$ , otterremo facilmente per  $v_x, v_y, v_z$  espressioni identiche alle (5), (6), (7), nei secondi membri delle quali a — a Cth..., si sostituisca  $\alpha, \operatorname{tg} \dots$ , si aggiunga rispettivamente  $\lambda n_x, \lambda n_y, \lambda n_z$ . In questo caso la  $v_n = -\mu r$ , (n. c., p. 30) ammette sempre soluzioni reali, così che esiste sempre un istante  $t_{H'}$ , a partire dal quale il moto è definito dalla (12').

Se ora riprendiamo la discussione come a n. c., pp. 30, 31, 32, 33, è facile vedere che, per  $\alpha_2^2 \geq 0$ , lo zero di  $v_z$  segue quello di  $v_x$  e  $v_y$ ; per  $\alpha_2^2 < 0$ , lo zero di  $v_z$  può precedere o seguire gli zeri di  $v_x$  e  $v_y$ . Anche in quest'ultimo caso, però, se  $h n_y \neq 0$  (a differenza di quel che avveniva nel caso di moto piano) la traiettoria non può essere chiusa nell'origine. E però, pur sempre il bumerang tornerà al luogo di lancio, dopo che il baricentro avrà descritto la sua traiettoria foggiata a mo' di spira d'elica.

### **Astronomia. — *Il nuovo catalogo di stelle fondamentali di Washington e quello delle circumpolari di Berlino.* Nota di LUIGI CARNERA presentata dal Socio A. ABETTI<sup>(1)</sup>.**

Quale appendice dell'« American Ephemeris » per l'anno 1925 è stato pubblicato per cura del Direttore dell'Ufficio dei calcoli astronomici del Naval Observatory, prof. Eichelberg, l'elenco delle correzioni da apportare alle coordinate delle stelle fondamentali del catalogo di Newcomb, dedotte in un recente lavoro, che sta per apparire nella parte I, del volume X, dell'« Astronomical Papers » e che ha trovato la sua base nelle osservazioni meridiane del Capo fatte fra il 1905 ed il 1916, e quelle analoghe di Washington eseguite fra il 1903 e il 1918.

Non è qui il caso di parlare dei metodi tenuti, né di ricordare quale lungo e paziente lavoro sia stato necessario per giungere a quei risultati. Tuttavia essendosi l'Eichelberg limitato a considerare solamente le due fonti sopra citate, mi parve non privo di interesse vedere come con quei risultati si accordassero altre serie di osservazioni, che essendo quasi contemporanee a quelle del Capo e di Washington non possono essere considerate come meno precise e particolarmente quelle di Greenwich, Pulcova, Odessa

(1) Presentata nella seduta del 5 giugno 1925.

e Berlino. Di queste mie ricerche non ancora completamente concluse, e che formeranno argomento di più vasta pubblicazione, sembrami possa meritare fin d'ora un certo interesse il risultato ottenuto confrontando il « Katalog von 51 Fundamentalen Polsternen » (Veröffentlichungen der Universitätssternwarte zu Berlin - Babelsberg Bd. I, 2) del prof. L. Courvoisier, che oltre al merito di un'altissima precisione intrinseca possiede quello di essere basato su numerose osservazioni, e fatto in un termine molto ristretto di tempo, che coincide esattamente per epoca con quella delle correzioni date dall'« American Ephemeris ». Oltre a ciò è noto che trattandosi di stelle circumpolari il catalogo di Courvoisier è basato su un numero eguale di osservazioni fatte nelle due culminazioni, e che tutte le posizioni sono dedotte riferendosi alla posizione del polo ottenuta esclusivamente da osservazioni micrometriche della polarissima (B. D.  $89^{\circ}, 37$ ), ciò che garantisce una grande omogeneità nei risultati.

Delle 51 stelle comprese nel Catalogo di Courvoisier solo 19 sono comprese fra quelle considerate dall'Eichelberg, e su di esse è basata questa mia breve ricerca. Nel quadro seguente sono riportate le differenze trovate dal Courvoisier fra le coordinate del catalogo di Newcomb, e quelle da lui concluse; seguono le correzioni trovate dall'Eichelberg, e le conseguenti differenze residue fra il nuovo catalogo di Washington e quello di Berlino.

Nome della stella	Grandezza	Berlino-Newcomb		Wash.-Newcomb		Washington-Berlino	
		$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha \cos \delta$	$\Delta\delta$
43 H Cephei . . . . .	4.6	8 + 0.13	" — 0.21	8 + 0.110	" — 0.25	" — 0.002	" — 0.04
$\alpha$ Ursae minoris . . . . .	2.0	8 + 1.44	" — 0.15	8 + 0.684	" — 0.15	" — 0.015	" 0.00
Gr. 750. . . . .	6.8	0.00	— 0.36	8 + 0.143	— 0.56	+ 0.012	— 0.20
19 H Camelopardalis . . .	5.2	— 0.10	+ 0.06	— 0.085	+ 0.13	+ 0.003	+ 0.07
Gr. 944. . . . .	6.5	+ 0.04	+ 0.39	+ 0.248	+ 0.34	+ 0.018	— 0.05
23 H Camelopardalis . . .	5.7	— 0.07	+ 0.41	— 0.005	+ 0.37	+ 0.012	— 0.04
51 H Cephei . . . . .	5.4	+ 0.41	— 0.21	+ 0.431	— 0.19	+ 0.003	+ 0.02
4 B Ursae minoris . . . .	7.3	+ 0.13	— 0.35	+ 0.482	— 0.14	+ 0.007	+ 0.21
1 H Draconis . . . . .	4.6	— 0.20	+ 0.15	— 0.008	+ 0.11	+ 0.018	— 0.04
30 H Camelopardalis . . .	5.3	— 0.14	+ 0.18	0.000	+ 0.25	+ 0.017	+ 0.07
6 B Ursae minoris . . . .	6.5	+ 0.27	— 0.07	+ 0.364	— 0.17	+ 0.003	— 0.10
32 H Camelopardalis . . .	5.5	— 0.11	+ 0.38	— 0.080	+ 0.08	+ 0.003	— 0.30
4 Ursae minoris . . . . .	5.1	— 0.15	+ 0.29	— 0.083	— 0.05	+ 0.014	— 0.34
Gr. 2283 . . . . .	7.3	— 0.46	— 0.33	— 0.641	— 0.34	— 0.009	— 0.01
$\epsilon$ Ursae minoris . . . . .	4.2	+ 0.09	+ 0.18	— 0.070	+ 0.04	— 0.022	— 0.14
$\delta$ Ursae minoris . . . . .	4.3	— 0.01	+ 0.11	— 0.120	0.00	— 0.006	— 0.11
$\lambda$ Ursae minoris . . . . .	6.8	+ 0.05	+ 0.13	— 0.159	+ 0.02	— 0.004	— 0.11
76 Draconis . . . . .	6.0	— 0.07	+ 0.16	— 0.083	+ 0.04	— 0.002	— 0.12
39 H Cephei . . . . .	5.9	+ 1.31	+ 0.14	+ 1.187	— 0.13	— 0.007	— 0.27

Una prima ispezione dei valori di  $\Delta\alpha \cos \delta$  mostra immediatamente che se vi è una grande concordanza di risultati, pur tuttavia rimane una differenza di evidente carattere sistematico fra il catalogo di Berlino e il nuovo di Washington. Rappresentando infatti le differenze  $\Delta\alpha \cos \delta$  con una espressione del tipo:

$$\Delta\alpha \cos \delta = a + a_1 \sin \alpha + a_2 \cos \alpha + b_1 \sin 2\alpha + b_2 \cos 2\alpha$$

si è condotti ai seguenti valori dei coefficienti:

$$\begin{aligned} a &= + 0^s.00071 \\ a_1 &= + 0^s.00912 & a_2 &= - 0^s.00658 \\ b_1 &= - 0^s.00320 & b_2 &= + 0^s.00204. \end{aligned}$$

Con essi si rappresentano così bene i 19 valori delle  $\Delta\alpha \cos \delta$  che la somma dei valori dei quadrati dei residui si riduce a 1043, mentre il corrispondente valore precedente era 2415. I valori però di questi residui, riportati nella III<sup>a</sup> colonna del seguente quadro intestata con  $\epsilon_\alpha$ , del quadro seguente, fanno ancora sospettare un carattere sistematico. Infatti rappresentando quei valori come funzioni della declinazione si riesce ad abbassare notevolmente la somma dei quadrati, se con i valori  $a = - 0^s.00409$  e  $b = + 0^s.04776$ , si dà alle  $\epsilon_\alpha$  la forma:

$$\epsilon_\alpha = a + b \cos \delta.$$

Le differenze residue ( $\epsilon'_\alpha$ ) sono quelle della colonna IV<sup>a</sup> del quadro seguente e poichè la somma dei quadrati loro si riduce a 852 conviene ritenere attendibile la correzione sistematica or ora indicata. Ho tentato ancora rappresentare le differenze quali funzioni della grandezza delle stelle, essendovi ragione per credere, che anche tale influenza possa sussistere. Ove questa ipotesi avesse fondamento nel caso concreto, si sarebbe condotti alla relazione:  $\epsilon'_\alpha = 0^s.0011 - 0^s.0016$  [m. — 5,5] e gli errori residui ( $\epsilon''_\alpha$ ) sarebbero quelli indicati nella colonna V<sup>a</sup> del quadro numerico seguente. Ma è ben evidente, anche da una semplice ispezione dei numeri, che poco o nulla si ottiene con ciò; la somma infatti dei loro quadrati non risulta che di ben poco inferiore a quella trovata in precedenza (752 in luogo di 852). È ovvio pertanto concludere che ambedue i cataloghi debbano ritenersi immuni da errori sistematici di grandezza, ciò che del resto era risultato tanto al Courvoisier, che all'Eichelberg dalla discussione dei loro risultati.

Concludendo possiamo pertanto dire che fra le ascensioni rette del nuovo catalogo fondamentale di Washington, e quello delle circumpolari di

Berlino, vi è una differenza sistematica caratterizzata dalla espressione seguente:

$$(W-B) \Delta\alpha = 0^s.0034 + 0^s.00912 \sin \alpha - 0^s.00658 \cos \alpha - 0^s.00320 \sin 2\alpha + 0^s.00204 \cos 2\alpha + 0^s.04776 \cos \delta$$

ovvero anche dalla relazione:

$$(W-B) \Delta\alpha = 0^s.0034 - 0^s.01124 \sin (\alpha - 14^h 23^m 16^s) + 0^s.00379 \sin (2\alpha - 14^h 10^m 4^s) + 0.04776 \cos \delta.$$

Con procedimento del tutto analogo vennero studiate le differenze che presentavano le declinazioni, e che mostrano con la sequenza dei segni un indizio evidente di una differenza sistematica, funzione delle ascensioni rette. Rappresentando le differenze  $\Delta\delta$  in modo analogo alle  $\Delta\alpha$ , cioè con una espressione del tipo:

$$a + a_1 \sin \alpha + a_2 \cos \alpha + b_1 \sin 2\alpha + b_2 \cos 2\alpha$$

ho trovato quali valori dei coefficienti:

$$a = -0''.0922 \quad a_1 = +0''.0810 \quad a_2 = +0''.0011 \\ b_1 = -0''.0520 \quad b_2 = -0''.0411.$$

I residui  $\epsilon_\delta$  che si ottengono, sono quelli dati dal quadro numerico, seguente nella VI<sup>a</sup> colonna, e ben chiaramente dimostrano con la sensibile riduzione dei loro quadrati (2145 in luogo di 3300) la realtà effettiva di tale correzione. Sulle  $\epsilon_\delta$  potrebbero farsi sentire ancora influenze sistematiche di altra natura e soprattutto correzioni residue per la rifrazione, o flessioni strumentali. Supponendo che le prime potessero essere necessarie per il Catalogo di Berlino, è chiaro che, essendo tutte le posizioni basate su un equal numero di osservazioni fatte nelle due culminazioni, la correzione dovrà avere la forma:  $1/2 (\operatorname{tg} \zeta_s + \operatorname{tg} \zeta_i) da$ , dove con  $da$  si indichi la correzione residua da apportare alla costante di rifrazione, e con  $\zeta_s$  e  $\zeta_i$  le distanze zenitali delle stelle nelle due culminazioni.

Essendo allora:

$$\operatorname{tg} \zeta_s + \operatorname{tg} \zeta_i = \frac{\sin (\zeta_s - \zeta_i)}{\cos \zeta_s \cos \zeta_i} = \frac{\sin 2\varphi}{\frac{\sin^2 \varphi}{\cos^2 \delta}} = \\ = 2 \operatorname{ctg} \varphi \left\{ 1 + \left( \frac{\cos \delta}{\cos \varphi} \right)^2 + \dots \dots \right\}$$

risulta ben evidente che l'eventuale correzione per una esatta applicazione della costante di rifrazione dovrà avere la forma:

$$a + b \overline{\cos^2 \delta}.$$

Ho cercato rappresentare le  $\epsilon_{\delta}$  in questa guisa, e sono stato condotto ai valori:

$$a = + 0''.030$$

$$b = - 2''.5563$$

che lasciano quali residui i valori  $\epsilon'_{\delta}$  della colonna VII<sup>a</sup> del quadro numerico seguente. La somma dei quadrati delle  $\epsilon'_{\delta}$  essendo soltanto 1888 ossia sensibilmente minore del valore trovato prima, sembra debba ritenersi come accertata la necessità di una piccola correzione alla costante di rifrazione adottata dal Courvoisier per il suo Catalogo. Tentativi fatti ulteriormente per vedere se fosse possibile ritrovare un qualsiasi carattere sistematico nelle  $\epsilon'_{\delta}$ , sia quale funzione di  $\sin \zeta$  (eventuale flessione strumentale), oppure di  $\tan \zeta$  o di  $\cos \delta$  portarono a conseguenze assurde e prive di valore. Analogamente riuscirono infruttuose le ricerche fatte per scorgere in quei valori una eventuale influenza della grandezza. Possiamo pertanto concludere che le differenze trovate in declinazione fra i due cataloghi sono esprimibili con la relazione:

$$\Delta\delta = - 0''.062 - 0''.810 \sin \alpha + 0''.0011 \cos \alpha - 0''.0520 \sin 2\alpha - \\ - 0.0411 \cos 2\alpha - 2''.556 \overline{\cos^2 \delta}$$

ovvero anche da:

$$\Delta\delta = - 0''.062 - 0''.812 \sin (\alpha - 11^h 56^m 53^s) - \\ - 0''.0663 \sin (2\alpha - 9^h 26^m 43^s) - 2''.556 \overline{\cos^2 \delta}.$$

Nome delle stelle	$\delta$	$\epsilon_{\alpha}$	$\epsilon'_{\alpha}$	$\epsilon''_{\alpha}$	$\epsilon_{\delta}$	$\epsilon'_{\delta}$
λ Ursae minoris . . .	89° 0	+ 0.006	+ 0.009	+ 0.006	0.00	- 0.03
4 B Ursae minoris . . .	88° 54	- 0.008	- 0.004	- 0.008	+ 0.17	+ 0.14
α Ursae minoris . . .	88° 49	- 0.012	- 0.009	- 0.004	+ 0.13	+ 0.10
6 B Ursae minoris . . .	88° 12	- 0.005	- 0.002	- 0.004	+ 0.05	+ 0.02
Gr. 2283 . . . . .	87° 35	- 0.004	- 0.002	- 0.006	+ 0.19	+ 0.16
51 H Cephei . . . . .	87° 12	- 0.008	- 0.006	- 0.007	- 0.03	- 0.05
30 H Cephei . . . . .	86° 49	- 0.002	- 0.001	- 0.002	- 0.16	- 0.18
δ Ursae minoris . . . .	86° 37	+ 0.004	+ 0.005	+ 0.006	+ 0.02	0.00
13 H Cephci . . . . .	85° 46	+ 0.001	+ 0.002	+ 0.002	+ 0.09	+ 0.07
Gr. 750. . . . .	85° 19	+ 0.010	+ 0.010	+ 0.007	- 0.16	- 0.17
Gr. 944. . . . .	85° 9	+ 0.012	+ 0.012	+ 0.009	- 0.07	- 0.08
33 H Camelopardalis .	83° 54	- 0.003	- 0.004	- 0.005	- 0.13	- 0.13
30 H Camelopardalis .	83° 1	+ 0.003	+ 0.001	0.000	+ 0.12	+ 0.13
76 Draconis . . . . .	82° 12	+ 0.005	+ 0.003	+ 0.002	- 0.02	0.00
ε Ursae minoris . . . .	82° 11	- 0.012	- 0.014	- 0.013	+ 0.02	+ 0.04
1 H Draconis . . . . .	81° 44	+ 0.003	0.000	0.000	- 0.04	- 0.02
23 H Camelopardalis .	79° 40	+ 0.002	- 0.002	- 0.003	- 0.08	- 0.03
19 H Camelopardalis .	79° 8	- 0.002	- 0.007	- 0.008	+ 0.07	- 0.13
4 Ursae minoris . . . .	77° 58	+ 0.015	+ 0.009	+ 0.009	- 0.14	- 0.06

Se ora consideriamo le espressioni delle differenze sistematiche trovate, e che evidentemente devono trarre la loro origine o da un catalogo o dall'altro o da ambedue, e più particolarmente ci fermiamo a considerare la seconda delle espressioni trovate per le differenze in ascensione retta, non poca meraviglia ci desta il valore dell'angolo costante che appare accoppiato all'ascensione retta della stella; esso coincide con l'ascensione retta della polarissima ( $\alpha = 14^h 25^m 32^s$  per il 1910, epoca per la quale sono date le coordinate del catalogo di Berlino), e spontanea sorge l'idea che la causa della differenza sistematica trovata debba attribuirsi di preferenza a Berlino che ha fatto uso esclusivo della polarissima per dedurre gli azimut istruimentali.

Se così fosse, dovremmo supporre che la causa vada ricercata nell'aver assunto coordinate non sufficientemente corrette per la polarissima, e quindi che gli azimut istruimentali non siano stati esatti. Ma poichè l'azimut è dato dalla relazione:

$$A = -p \sec \varphi \sin t \dots \dots$$

ove  $p$  indica la distanza polare della stella polare, e  $t$  il suo angolo orario è ovvio che avremo:

$$dA = -p \sec \varphi \cos t dt = p \sec \varphi \cos t d\alpha_p$$

indicando con  $d\alpha_p$  l'errore residuo in  $\alpha$  della polarissima. Ma le stelle del Catalogo di Berlino sono state osservate, come già si disse nelle due culminazioni per un egual numero di volte, onde essendo in generale:

$$\alpha = U + A \sin (\varphi \mp \delta) \sec \delta$$

a seconda si tratta di stelle osservate nell'una o nell'altra culminazione, si dovrà avere per la posizione media:

$$\alpha_m = U_m + \sec \delta [A \sin (\varphi - \delta) + A' \sin (\varphi + \delta)]$$

indicando con  $A$  ed  $A'$  gli azimut istruimentali medi negli istanti delle due culminazioni. Introducendo allora le espressioni differenziali che ci danno la variazione dell' $\alpha_m$  in dipendenza di un piccolo errore residuo dell'ascensione retta della polarissima si ha:

$$d\alpha_m = p \sec \delta \sec \varphi [\sin (\varphi - \delta) \cos t + \sin (\varphi + \delta) \cos t'] d\alpha_p$$

ed essendo  $t = t' + 12^h$  ne segue

$$d\alpha_m = -2p \tan \delta \cos t d\alpha$$

ossia che gli errori delle  $\alpha$ , dedotti da osservazioni meridiane basate su azimut ricavati da osservazioni continue di una sola ed unica polare, dovranno presentare un carattere sistematico e periodico, funzione dell'angolo orario della polare, quando l'ascensione retta di questa non sia conosciuta con tutto il rigore possibile.

È ben chiaro allora, quale logica interpretazione debba e possa farsi alla differenza sistematica trovata fra le ascensioni rette del nuovo Catalogo fondamentale di Eichelberg e quelle delle circumpolari di Courvoisier. Il loro confronto mentre mette in luce la straordinaria precisione di ambedue i cataloghi, scopre la lieve deficenza residua del Catalogo di Berlino. Meno facile e numericamente meno evidente riesce la spiegazione della differenza sistematica periodica delle declinazioni; ma la piccola entità degli errori, e il piccolissimo numero di stelle usate giustificano l'incertezza, e quindi anche la difficoltà di definitive conclusioni.

**Fisica terrestre.** — *Osservazioni sulla corrente verticale di conduzione atmosfera-terra.* Nota di D. PACINI, presentata dal Corrisp. L. PALAZZO<sup>(1)</sup>.

Nell'estate del 1922 ed in quella del 1924 ho eseguito all'Osservatorio di Sestola (m. 1090) numerose misure di corrente verticale elettro-atmosferica col metodo di C. T. R. Wilson che, indipendentemente dai valori separati del campo e della conducibilità, permette la misura diretta e più precisa della  $i_+$ .

Le misure in montagna consentono inoltre un'osservazione più rapida e forse più profonda dell'effetto della variazione delle condizioni meteoriche sugli elementi dell'elettricità terrestre.

Il lavoro sarà pubblicato per disteso altrove; qui intendo riferire sopra alcuni fatti ed interpretazioni che mi sembrano di maggior rilievo.

Premetto che le misure erano condotte sulla vetta di un monte, dove naturalmente il campo terrestre ha un valore elevato e dove normalmente vi è nello strato d'aria prossimo al suolo un eccesso notevole di cariche positive. I valori medi quivi ottenuti per la caduta di potenziale e per la densità della corrente verticale, sono, corrispondentemente alle condizioni locali, i seguenti:

$$\frac{dV}{dh} = -1335 \frac{\text{volta}}{\text{metro}} ; i_+ = 34.0 \times 10^{-16} \frac{\text{ampère}}{\text{cm}^2} ;$$

$$\lambda_+ (\text{dedotto}) = 2,37 \times 10^{-4} (\text{U. E. S.})$$

(1) Presentata nella seduta del 5 giugno 1925.

per l'agosto e settembre del 1922, e

$$\frac{dV}{dh} = -1014; i_+ = 21.5 \times 10^{-16}; \lambda_+ = 1.96 \times 10^{-4}$$

per il corrispondente periodo dell'anno 1924.

Per quanto non si possa istituire un paragone rigoroso fra questi valori e quelli relativi al piano, possiamo però rilevare che in confronto dei dati medi di pianura non vi è proporzionalità fra il campo e la corrente, cioè il fattore conducibilità, come era da attendersi, è aumentato. Ma passando all'esame delle singole osservazioni, l'analogia di andamento diurno fra il campo e la corrente si riscontra solo raramente, variando ancora la conducibilità al variare delle condizioni meteoriche. E basta una debole variazione dello stato meteorico, perché essa si faccia sentire sulla conducibilità, influendo sulle grandezze da cui questa dipende: generazione, ricombinazione, mobilità degli ioni; per cui, salvo condizioni eccezionali, in generale è difficile porre in rilievo una relazione netta fra l'andamento della corrente e quello del campo.

L'effetto decisivo della conducibilità sopra i valori di  $i$  e di  $\frac{dV}{dh}$  deve essere tenuto presente, quando ci si accinga all'analisi delle curve che danno l'andamento diurno di queste grandezze, al fine di mettere in rilievo quelle influenze che possono derivare da azioni cosmiche.

Secondo me i tentativi intesi a risolvere il problema fondamentale dell'elettricità terrestre, che è quello del mantenimento della carica della terra, vanno indirizzati nel senso di insistere nella ricerca diretta della esistenza delle radiazioni tipo elettronico. Poichè per velocità dei corpuscoli abbastanza vicina a quella della luce, verrebbe a mancare l'effetto ionizzante di questi in seno all'atmosfera, apparisce rimossa la maggiore difficoltà che si eleva contro la ipotesi del ripristino della carica terrestre per effetto di una radiazione corpuscolare. Permane la difficoltà che deriva dall'esito negativo delle esperienze di Schweidler e di Swann; resta tuttavia la possibilità di un esito positivo quando l'esperienza sia condotta con gli accorgimenti che la discussione ha messi in rilievo<sup>(1)</sup> e ripetuta in punti diversi della superficie della terra, per esempio nelle regioni polari, ove per effetto del campo magnetico il flusso di radiazioni  $\beta$  dirette verrà concentrato in zone limitate.

Dalle osservazioni fatte a Sestola si rileva inoltre che i massimi valori della corrente di conduzione si verificano in gran maggioranza con cielo sereno; i minimi furono osservati tutti con cielo nuvoloso.

I casi di nebbie che si innalzano dalle valli e di condensazione in atto del vapore (formazione di nubi basse), rientrano tutti nella serie di valori minimi della corrente verticale.

(1) H. BENNDORF, «Phys. Zeit.», vol. 26, p. 81, 1925.

Si hanno valori alti della caduta di potenziale corrispondentemente all'innalzamento di nebbie sopra il luogo di osservazione. Durante giornate di foschia si sono spesso osservate variazioni del campo in corrispondenza all'apparire o coprirsi del sole per il passaggio di nubi, con prevalenza assoluta di aumento sul valore della caduta di potenziale nel passaggio dall'ombra al sole. L'effetto della nebbia e questo ultimo fenomeno, come collegato a variazioni della umidità relativa ed a movimento verticale di vapori e nebbie, sono conosciuti nella letteratura delle indagini elettro-atmosferiche, però non ne è nota la ragione.

Le osservazioni fatte consentono una spiegazione di questi fenomeni, a mio giudizio molto probabile.

Ho potuto constatare che durante la salita di vapori condensati, o mentre la condensazione avviene sopra il luogo d'osservazione, la corrente verticale  $i_{\perp}$  diminuisce e può arrivare sino ad annullarsi.

Nelle variazioni della caduta di potenziale collegate a fenomeni di condensazione devono intervenire con assoluta prevalenza gli ioni grossi, perché il grado di sovrassaturazione, che può verificarsi nei bassi strati dell'atmosfera, non è sufficiente a che avvenga la condensazione del vapore sugli ioni ordinari. Il potere condensante dei grossi ioni non derivando dalla carica elettrica, ma essenzialmente dalle loro dimensioni, nel caso che ci interessa agli effetti della condensazione, il comportamento degli ioni è indipendente dal segno della carica. Normalmente, cioè sempre nel caso del campo diretto verso terra, gli ioni positivi in eccesso nello strato inferiore si spostano verso il suolo con una certa velocità; quando all'inizio della condensazione la mobilità diminuisce, avremo nello spazio per un tempo più lungo quelle cariche positive; se vi si aggiunge un movimento di convezione che, sollevandole da punti inizialmente più bassi, distribuisca l'eccesso di cariche per una certa altezza sul luogo d'osservazione, ne deriverà, insieme all'aumento della caduta di potenziale, un indebolimento della densità di corrente. Questa potrà così anche ridursi, in un dato momento, ad un valore troppo piccolo in confronto della sensibilità del mezzo di misura.

In modo analogo il piccolo valore della caduta di potenziale già prima di me, osservato dal Gockel<sup>(1)</sup> sulle Alpi, facendo la misura al di sopra di una distesa di nebbie, si può spiegare con l'ancoramento delle cariche positive.

Mi sembra che questa spiegazione che si basa sull'azione degli ioni positivi, possa essere invocata - almeno parzialmente - per chiarire il fenomeno osservato anche in pianura, dell'innalzamento del campo per effetto della foschia o della nebbia. Il prof. Chree<sup>(2)</sup> ritiene che questo effetto

(1) A. GOCKEL, *Luftelek. Beob.* « Neue Denksch. der Schweizer. Naturf. Gesell. », Band LIV, 1917.

(2) C. CHREE, *Electric Pot. Grad. and Atm. Opacity at Kew Obs.* « Proceed. of the Roy. Soc. », vol. 95, p. 210, 1919.

derivi da un aumento della carica negativa dell'aria prossima al suolo. Osserviamo che intanto presso il suolo si ha che il rapporto fra le cariche presenti per unità di volume  $\frac{E^+}{E^-}$  è in generale  $> 1$  e si conserva tale

anche per forti diminuzioni della trasparenza atmosferica; non è chiaro quindi il perchè fra le particelle elettrizzate sulle quali il vapore si condensa, dovrebbero prevalere le negative. Tutt'al più si può ammettere che gli ioni negativi ordinari che provengono dal suolo possano restare più a lungo nella immediata vicinanza di esso, perchè è leggermente più rapido il loro ancoramento per diffusione sulle particelle d'acqua; il che corrisponderebbe alla osservata diminuzione del rapporto  $\frac{E^+}{E^-}$  per valori eccezionalmente alti della opacità atmosferica. Quindi a determinare in pianura l'aumento del campo in caso di foschia o nebbia, potranno entrare in gioco ambedue i fenomeni, specie per forti valori della opacità. Sulle vette montane dove normalmente l'eccesso di cariche positive è notevole, sono queste che prevarrebbero essenzialmente nel determinare in condizioni analoghe, le variazioni del campo osservate alla superficie.

Infine circa il valor medio dedotto  $\lambda_+$ , che dai dati del 1922 risulta più alto dell'analogo relativo al 1924, osserverò che l'esame degli elementi meteorici rivela nel periodo 1922 la prevalenza di venti deboli o moderati provenienti dalle valli; mentre nel 1924 il vento è sempre debole o debolissimo. Sperimentando anni indietro nello stesso luogo, trovai<sup>(1)</sup> che, precisamente per venti deboli o moderati che giungevano dalle valli, vi era analogia fra l'andamento della velocità del vento e quello della totale radioattività indotta; ciò spiegherebbe il più alto valore di  $\lambda_+$  nel 1922.

**Fisica.** — *Effetto di un campo magnetico alternato sopra la polarizzazione della luce di risonanza<sup>(2)</sup>.* Nota di E. FERMI e di F. RASETTI, presentata dal Socio A. GARBASSO<sup>(3)</sup>.

Ci siamo proposti in questo lavoro di studiare l'effetto di un campo magnetico alternato ad alta frequenza sopra la polarizzazione della luce di risonanza; nella presente Nota tratteremo della teoria del fenomeno, in una successiva renderemo invece conto di alcune esperienze che ci hanno permesso di confermare i risultati previsti.

È noto che se si illumina un vapore, p. e. quello di mercurio, con la luce di una sua riga di assorbimento, si ha una intensissima diffusione

(1) « Nuovo Cimento », 1910, p. 345.

(2) Vedi la nota preliminare in « Nature », 16 maggio 1925.

(3) Presentata nella seduta del 5 giugno 1925.

selettiva; ed in questo consiste il fenomeno della risonanza ottica. Per renderci conto di questo fatto, possiamo pensare ad un modello classico, che in questo caso rende abbastanza bene conto delle circostanze del fenomeno. Supponiamo dunque che il nostro vapore contenga degli elettroni legati elasticamente, capaci di vibrare con frequenza eguale a quella della luce illuminante. Sotto l'azione del campo elettrico alternato della luce, gli elettroni si metteranno in risonanza e diffonderanno perciò molto fortemente la luce primaria. Se ora supponiamo che questa sia polarizzata, gli elettroni oscilleranno in direzione parallela a quella del suo vettore elettrico. Se osserviamo la luce diffusa in una direzione perpendicolare a quest'ultima, la troveremo dunque polarizzata, col suo vettore elettrico parallelo a quello della luce primaria. E ciò si osserva effettivamente nel caso del mercurio, illuminandolo con la riga 2536,7, almeno quando la densità del vapore sia sufficientemente piccola, poiché altrimenti si hanno delle perturbazioni di carattere secondario. È bene osservare a questo proposito che non per tutti gli elementi le cose tornano così bene come per il mercurio; precisamente le cose vanno secondo le previsioni della teoria classica solo nel caso che la riga di risonanza abbia un effetto Zeeman normale, o per lo meno si scinda in un tripletto, se anche di separazione differente da quella di Lorentz. Nel caso invece di effetti Zeeman anomali, come per esempio per le righe D del sodio, la polarizzazione presenta delle particolarità alquanto più complicate.

Esaminiamo ora quale effetto debba produrre sopra la polarizzazione della luce di risonanza, l'essere il vapore risonante immerso in un campo magnetico, abbastanza debole però perchè la separazione Zeeman da esso prodotta non sia più grande della larghezza della riga con cui si illumina. Consideriamo per esempio il caso, che è quello che ci interesserà in seguito, che il campo magnetico sia perpendicolare al raggio incidente e al suo vettore elettrico, e che la radiazione di risonanza si osservi nella direzione del campo. Per fissare le idee, supporremo che il raggio primario e il campo magnetico siano orizzontali e ad angolo retto tra di loro, e che il vettore elettrico sia verticale. Il campo magnetico produrrà una scissione della riga di assorbimento in un tripletto Zeeman; ora osserviamo che se il vapore invece di assorbire, emettesse, nella direzione da cui viene la luce primaria si osserverebbero le componenti circolari come luce polarizzata rettilineamente col vettore elettrico verticale, mentre la componente rettilinea darebbe luogo a luce polarizzata col vettore elettrico orizzontale. Se dunque, come nel nostro caso, si illumina il vapore con luce con il vettore elettrico verticale, saranno assorbite solo le componenti circolari; le quali daranno luogo per diffusione, osservate nella direzione del campo, a due componenti circolari in senso opposto, le cui frequenze saranno praticamente indistinguibili, per modo che si osserverà una radiazione di risonanza non polarizzata. L'effetto del campo magnetico è dunque in questo

caso di distruggere la polarizzazione della luce di risonanza; questo fenomeno fu in realtà scoperto da Wood e Ellett<sup>(1)</sup>.

Recentemente W. Hanle<sup>(2)</sup> e A. Ellett<sup>(3)</sup> hanno fatto, l'uno sopra il mercurio e l'altro sopra il sodio, delle interessantissime osservazioni sopra l'effetto di un campo magnetico estremamente debole. Essi hanno osservato che in questo caso non soltanto la depolarizzazione prodotta dal campo non è completa, ma si ha anche una rotazione del piano di polarizzazione della luce diffusa, nel senso della rotazione di Larmor. Per il mercurio questi fenomeni si hanno per campi dell'ordine di grandezza di un Gauss.

Col modello precedentemente usato ci possiamo facilmente rendere conto della ragione di questo fatto. Consideriamo un oscillatore che abbia ricevuto un impulso in direzione verticale, e oscilli liberamente nel campo magnetico orizzontale. Se l'oscillatore non fosse smorzato, sotto l'azione del campo magnetico la sua linea d'oscillazione si metterebbe a rotare, restando costante l'ampiezza dell'oscillazione; per modo che un osservatore longitudinale al campo vedrebbe luce non polarizzata. Le cose vanno invece in modo diverso se l'oscillatore è smorzato, e la rotazione di Larmor è tanto lenta, che in una piccola frazione di giro l'ampiezza si smorzi già notevolmente; si capisce che in questo caso la depolarizzazione deve essere soltanto parziale e la linea d'oscillazione risultare in media rotata rispetto alla direzione del campo elettrico eccitante, ciò che dà luogo appunto alla rotazione del piano di polarizzazione della luce diffusa.

Passiamo ora a esaminare il caso, oggetto del nostro studio, che l'atomo risonante si trovi in un campo magnetico, non più costante ma alternato. Se l'oscillatore riceve un impulso dalla forza elettrica eccitante, la sua linea d'oscillazione si metterà dapprima a rotare, per la precessione di Larmor, nel senso corrispondente a quello del campo magnetico al dato istante; quando poi il campo si inverte, essa comincia a rotare in senso opposto, e così di seguito. Se la frequenza del campo alternato è molto grande in confronto alla frequenza di Larmor, accadrà che la direzione dell'oscillatore andrà avanti e indietro scostandosi sempre di poco da quella iniziale. Dobbiamo dunque attenderci che per frequenze grandissime, l'effetto depolarizzante del campo, pur restando costante l'intensità media di quest'ultimo, debba diventare piccolissimo.

Da quanto precede risulta evidente che le variazioni del grado di polarizzazione in funzione della frequenza saranno particolarmente notevoli per frequenze del campo alternato dell'ordine di grandezza di quella di Larmor. Occorre naturalmente anche, per osservare le variazioni della polarizzazione, che il campo sia abbastanza intenso per produrre, a bassa frequenza, una depolarizzazione considerevole. Per questo è necessario che il periodo della

(1) R. W. WOOD e A. ELLETT, « Proc. Roy. Soc. », 103, 396; 1923.

(2) W. HANLE, « Zs. f. Phys. », 30, 93; 1924.

(3) A. ELLETT, « Journ. Opt. Soc. Amer. », 10, 427; 1925.

rotazione di Larmor sia al massimo dell'ordine di grandezza del tempo medio di smorzamento, il quale, per la riga 2536,7 del mercurio risulta da varie considerazioni<sup>(1)</sup> eguale a circa  $10^{-7}$  secondi (il tempo di smorzamento dell'ampiezza sarà dunque doppio, cioè  $2 \cdot 10^{-7}$  secondi).

Dovremo dunque operare con campi di intensità di qualche Gauss (poichè la frequenza di Larmor che corrisponde al campo di un Gauss è  $1,4 \cdot 10^6$ ), e di frequenza dell'ordine di cinque milioni.

Proponiamoci dunque di studiare il comportamento di un oscillatore risonante situato in un campo magnetico alternato. Supponiamo che il vettore elettrico  $E$  della luce eccitante abbia la direzione dell'asse delle  $x$ , e il campo magnetico quella dell'asse delle  $z$ . Il movimento dell'oscillatore avverrà allora nel piano  $xy$ .

Ora osserviamo che nel caso pratico della realizzazione delle esperienze di risonanza, la luce eccitante è sempre relativamente espansa, per modo che la sua larghezza  $\Delta\nu$ , misurata in frequenza, è di un ordine di grandezza alquanto superiore alla larghezza che avrebbe la riga se fosse espansa per l'unica ragione dello smorzamento dei treni d'onda. Avremo quindi  $\Delta\nu$  molto maggiore di  $\sigma$ , indicandosi con  $\sigma$  il coefficiente di smorzamento dell'ampiezza del nostro oscillatore. Siccome nel caso nostro  $\sigma$ , la frequenza di Larmor  $n_L$ , e la frequenza  $n$  del campo magnetico sono dello stesso ordine di grandezza, avremo che  $\Delta\nu$  sarà di ordine di grandezza maggiore di tutte queste quantità. Ora è noto che una riga spettrale di larghezza  $\Delta\nu$  è equivalente a un insieme di treni d'onda rigorosamente monocromatici, limitati, e contenenti ciascuno un numero di onde dell'ordine di grandezza di  $\frac{\nu}{\Delta\nu}$ . Avremo dunque che la nostra luce eccitante sarà equivalente a un

insieme di treni d'onda incoerenti, ciascuno di durata  $\frac{I}{\Delta\nu}$ , assai breve in confronto al periodo di smorzamento dell'oscillatore  $\frac{I}{\sigma}$ , e, per le nostre

ipotesi, anche a  $\frac{I}{n_L}$  e a  $\frac{I}{n}$ . Siccome le equazioni del movimento dell'oscillatore sono lineari, avremo che ciascuno di questi treni d'onda produrrà il suo effetto indipendentemente dall'azione degli altri. Ora l'azione di un solo treno d'onda consiste in un impulso di durata assai breve, per modo che durante essa sarà trascurabile l'effetto dello smorzamento e della rotazione di Larmor. Ricevuto questo impulso nella direzione del campo elettrico eccitante, l'oscillatore continuerà a muoversi sotto l'azione soltanto della sua forza elastica e della forza esercitata dal campo magnetico esterno. La radiazione da esso diffusa sarà dunque quella emessa da un oscillatore al

(1) L. A. TURNER, «Phys. Rev.», 23, 464, 1924; R. C. TOLMAN, «Phys. Rev.», 23, 693, 1924; W. HANLE, loc. cit.

quale è stato dato un impulso parallelamente all'asse  $x$ , e che poi ha continuato a muoversi sotto l'azione delle forze indicate. Se non vi fosse né campo magnetico né smorzamento, l'oscillatore, ricevuto l'impulso iniziale, seguirerebbe a muoversi lungo l'asse delle  $x$  con ampiezza eguale a quella iniziale  $A_0$ ; l'effetto dello smorzamento è di ridurre l'ampiezza dell'oscillazione, così che al tempo  $t$  essa sarà  $A = A_0 e^{-\sigma t}$ ; l'effetto del campo magnetico  $H = H_0 \cos(2\pi nt - \alpha)$  sarà di fare rotare la linea d'oscillazione con velocità angolare

$$\omega = \frac{eH}{2mc} = \frac{eH_0}{2mc} \cos(2\pi nt - \alpha)$$

e quindi al tempo  $t$  l'angolo di cui avrà rotato l'asse di oscillazione sarà

$$\Omega = \int_0^t \omega dt = \frac{eH_0}{4\pi mc} \left\{ \sin(2\pi nt - \alpha) + \sin \alpha \right\} = \frac{2n_0}{n} \sin \pi nt \cos(\pi nt - \alpha)$$

dove con  $n_0 = \frac{eH_0}{4\pi mc}$ , si è indicata la frequenza di Larmor corrispondente al valor massimo  $H_0$  del campo magnetico. Avremo dunque che al tempo  $t$  le componenti dell'ampiezze parallele all'asse  $x$  e all'asse  $y$  saranno

$$(1) \quad A_x = A_0 e^{-\sigma t} \cos \Omega \quad ; \quad A_y = A_0 e^{-\sigma t} \sin \Omega.$$

Le componenti  $X$  e  $Y$  dell'intensità diffusa al tempo  $t$  in direzione  $z$ , polarizzate col vettore elettrico parallelo risp. all'asse delle  $x$  e a quello delle  $y$ , saranno proporzionali ai quadrati delle ampiezze corrispondenti, si avrà cioè, a meno di un fattore costante

$$(2) \quad X = e^{-2\sigma t} \cos^2 \Omega \quad ; \quad Y = e^{-2\sigma t} \sin^2 \Omega.$$

Siccome per quanto si è osservato, i vari impulsi che equivalgono all'azione della luce eccitante sono tra di loro incoerenti, l'intensità si otterrà sommando le intensità dovute all'azione dei singoli impulsi. Le intensità diffuse  $I_x$  e  $I_y$  sono dunque proporzionali alle espressioni che si ottengono integrando le (2) rispetto al tempo e a tutti i valori della fase  $\alpha$ . Si avrà dunque a meno di un fattore

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} I_x = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty X dt d\alpha = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty e^{-2\sigma t} \cos^2 \left[ \frac{2n_0}{n} \sin \pi nt \cos(\pi nt - \alpha) \right] dt d\alpha = \\ = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty e^{-2\sigma t} \cos^2 \left[ \frac{2n_0}{n} \sin \pi nt \cos \varphi \right] dt d\varphi \\ I_y = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty Y dt d\alpha = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty e^{-2\sigma t} \sin^2 \left[ \frac{2n_0}{n} \sin \pi nt \cos \varphi \right] dt d\varphi. \end{array} \right.$$

Per valutare queste espressioni osserviamo che si ha

$$(4) \quad \begin{cases} I_x + I_y = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty e^{-2\sigma t} dt d\alpha = \frac{\pi}{\sigma} \\ I_x - I_y = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty e^{-2\sigma t} \cos \left[ \frac{4n_0}{n} \sin \pi nt \cos \varphi \right] dt d\varphi. \end{cases}$$

Indicando con  $J_0(x)$  la funzione di Bessel di ordine zero, e tenendo presente la nota formula

$$2\pi J_0(a) = \int_0^{2\pi} \cos(a \cos \varphi) d\varphi$$

troviamo

$$I_x - I_y = 2\pi \int_0^\infty e^{-2\sigma t} J_0 \left( \frac{4n_0}{n} \sin \pi nt \right) dt.$$

Prendendo per nuova variabile  $x = \pi nt$  abbiamo dunque

$$(5) \quad I_x - I_y = \frac{2}{n} \int_0^\infty e^{-\frac{2\sigma}{\pi n} x} J_0 \left( \frac{4n_0}{n} \sin x \right) dx.$$

Prima di tutto cerchiamo una espressione di questa differenza per  $n$  molto piccolo. Tenendo presente la nota formula

$$\frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \int_0^\infty e^{-ax} J_0(bx) dx$$

si trova che per  $n$  molto piccolo si può scrivere

$$(6) \quad \lim_{n \rightarrow 0} (I_x - I_y) = \frac{\pi}{\sigma \sqrt{1 + \frac{4\pi^2 n_0^2}{\sigma^2}}}.$$

Questa formula ci permette di trovare il grado di polarizzazione per frequenze molto piccole. Esso risulta dato da

$$\lim \frac{I_x - I_y}{I_x + I_y} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4\pi^2 n_0^2}{\sigma^2}}}.$$

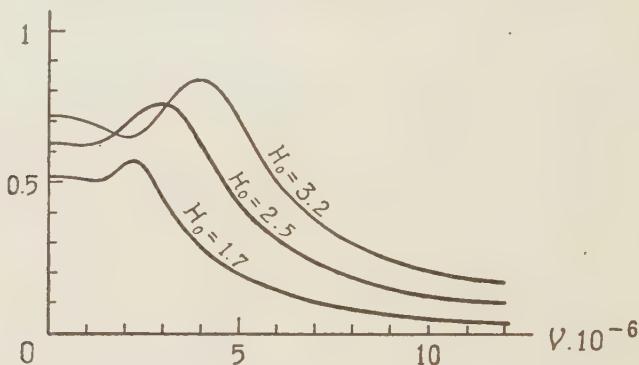
Come si vede da questa espressione, si trova che nel caso di frequenze molto piccole il grado di polarizzazione risulta eguale a zero quando  $n_0$  e

quindi anche  $H_o$ , è molto grande; in questo caso si ha dunque una depolarizzazione completa, mentre per  $n_o$  eguale a zero, e quindi  $H_o = 0$ , si trova il grado di polarizzazione eguale ad uno, cioè polarizzazione completa.

Tornando alla espressione generale (5) ci conviene trasformarla leggermente per renderla adatta al calcolo numerico. Osservando perciò che la funzione  $J_o\left(\frac{4n_o}{n} \sin x\right)$  è periodica a periodo  $\pi$ , si vede facilmente che la (5) si può trasformare in

$$(7) \quad I_x - I_y = \frac{2}{n} \cdot \frac{e^{\frac{2\sigma}{n}}}{e^{\frac{2\sigma}{n}} - 1} \int_0^{\pi} e^{-\frac{2\sigma}{n}x} J_o\left(\frac{4n_o}{n} \sin x\right) dx.$$

In base a quest'ultima espressione abbiamo calcolato numericamente il grado di polarizzazione, ponendo  $\sigma = 5 \cdot 10^6$ , per campi di 1,7; 2,5; 3,2 Gauss. Il risultato di questo calcolo è rappresentato dalle curve della figura, dove in ascisse sono riportati i valori della frequenza, in milioni al secondo, e in ordinate, il rapporto  $I_y/I_x$ .



Come si rileva dalle curve, in tutti i casi si hanno per basse frequenze valori oscillanti della polarizzazione, per frequenze maggiori si ha poi un aumento della polarizzazione, che diventa completa per frequenze grandissime.

L'aumento della polarizzazione incomincia tanto più presto, quanto più è piccolo il campo.

**Fisica.** — *Sull'ampiezza delle oscillazioni prodotte da una lampada a tre elettrodi.* Nota di E. PERSICO, presentata dal Socio O. M. CORBINO <sup>(1)</sup>.

L'ampiezza della corrente oscillatoria fornita da un generatore a lampada è determinata dall'incurvamento delle caratteristiche della lampada stessa, e varia in modo piuttosto complicato in funzione dei vari elementi dell'oscillatore (capacità  $C$ , self  $L$ , induzione di accoppiamento  $M$ , resistenza  $R$ ). Nella presente nota mostrerò come una semplice considerazione energetica permetta di valutare quantitativamente l'intensità di corrente oscillante che può fornire un dato oscillatore, e di discuterne qualitativamente l'andamento in funzione dei suddetti elementi. Mi riferirò all'usuale schema ad accoppiamento magnetico, già studiato in una nota precedente <sup>(2)</sup>, avvertendo che le stesse considerazioni si applicano all'oscillatore ad accoppiamento elettrostatico, sostituendo  $M$  con  $\frac{l\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}{l\omega - 1/\gamma\omega}$  dove  $l$  è la self di griglia e  $\gamma$  la capacità di accoppiamento (cfr. Gutton, *La lampe à trois électrodes*, p. 78).

Se  $J(U, V)$  è la corrente di placca ( $U$  essendo il potenziale di griglia,  $V$  quello di placca) e se  $v$  è la d. d. p. fra le armature del condensatore (positiva se quella verso la placca è a potenziale più alto) l'energia fornita al circuito oscillante durante un periodo è

$$E = - \int_0^T Jv dt = - \frac{I}{\omega} \int_0^{2\pi} Jv dx$$

avendo posto  $\omega t = x$ .

Scomponiamo poi  $U$  e  $V$  in una parte costante  $u_0, v_0$ , e una variabile periodicamente  $u, v$ . Siccome agli effetti del calcolo di  $E$ , si può ritenerne <sup>(3)</sup>

$$(1) \quad \begin{cases} v = -L \frac{di}{dt} = -L\omega I \cos x \\ u = M \frac{di}{dt} = M\omega I \cos x \end{cases}$$

si può anche scrivere

$$E = LI \int_0^{2\pi} J(u_0 + M\omega I \cos x, v_0 - L\omega I \cos x) \cos x dx.$$

(1) Presentata nella seduta del 5 giugno 1925.

(2) O. M. CORBINO ed E. PERSICO, questi «Rendiconti», 1925, (1<sup>o</sup> sem.), p. 358, fig. 1.

(3) Cfr. O. M. CORBINO ed E. PERSICO, *Sul diagramma ecc.*, questi «Rendiconti», 1925 (1<sup>o</sup> sem.), p. 412.

D'altra parte l'energia consumata nel circuito oscillante in un periodo è

$$\frac{I}{2} R I^2 \frac{2\pi}{\omega}$$

(chiamando  $R$  la resistenza complessiva, inclusa la eventuale radianza). Eguagliando queste due espressioni, e semplificando, si ha l'equazione che determina l'ampiezza  $I$ , ossia:

$$(2) \int_0^{2\pi} J(u_0 + M\omega I \cos x, v_0 - L\omega I \cos x) \cos x dx = \pi \frac{R}{\omega L} I.$$

L'integrale è una funzione di  $I$ , la cui forma dipende dalle caratteristiche della lampada, cioè dalla funzione  $J(U, V)$ .

2. Discutiamo l'equazione (2) nel caso che  $J$  sia funzione della sola combinazione  $V + kU$ , il che si verifica abbastanza esattamente finché la corrente di griglia non assume valori notevoli. Sostituendo, come si suol fare, la curva caratteristica con una spezzata formata di tre tratti rettilinei, chiamando  $J_s$  la corrente di saturazione,  $\rho$  la resistenza della lampada, e ponendo  $\eta = \frac{V + kU}{\rho}$  assumeremo

$$\begin{aligned} J &= 0 & \text{per} & \eta < 0 \\ J &= \eta & \text{per} & 0 < \eta < J_s \\ J &= J_s & \text{per} & \eta > J_s \end{aligned}$$

La quantità  $\eta$  rappresenta il valore che avrebbe la corrente di placca se la caratteristica fosse tutta rappresentata dalla retta  $\rho J = V + kU$ ; essa si può scrivere, ricordando le espressioni (1) di  $u$  e di  $v$

$$\eta = \frac{I}{\rho} [u_0 + k v_0 + (kM - L)\omega I \cos x]$$

ovvero, ponendo  $b = \frac{(kM - L)\omega}{\rho}$ ,  $\alpha J_s = \frac{u_0 + k v_0}{\rho}$ , cioè chiamando  $\alpha J_s$  la corrente di placca  $J_0$  in assenza di oscillazioni,

$$\eta = J_s \left( \alpha + b \frac{I}{J_s} \cos x \right).$$

L'andamento delle quantità  $v, \eta, J$ , in funzione del tempo (o di  $x$ ) è rappresentato dalla fig. 1. Chiameremo  $x_1$  il valore di  $x$  per il quale la corrente di placca abbandona il valore di saturazione e  $x_2$  il valore di  $x$

per il quale essa raggiunge lo zero: questi valori sono determinati dalla condizione  $\eta = J_s$ ,  $\eta = 0$  rispettivamente, cioè

$$(3) \quad \cos x_1 = \frac{1 - \alpha}{b I/J_s} \quad , \quad \cos x_2 = - \frac{\alpha}{b I/J_s};$$

entrambi sono compresi tra 0 e  $\pi$  ed è  $x_1 < \pi/2$ ,  $x_2 > \pi/2$ . Così il semiperiodo da 0 a  $\pi$  resta spezzato in tre parti, in ciascuna delle quali  $J$  ha una diversa espressione.

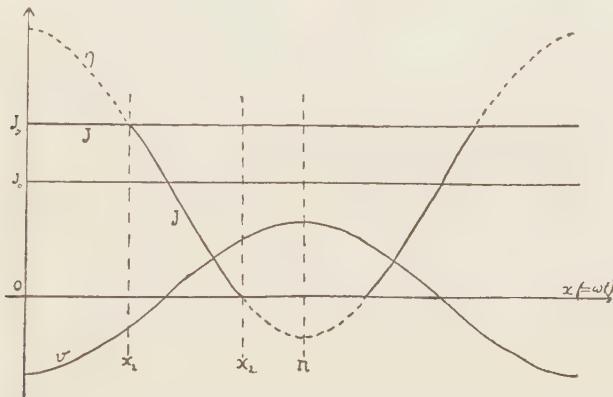


Fig. 1

Questo per il regime a cui si riferisce la fig. 1. Se le oscillazioni non sono così ampie da permettere a  $J$  di raggiungere la saturazione mancherà la prima parte del semiperiodo: in tal caso la prima delle (3), che darebbe  $\cos x_1 < 1$ , va sostituita con  $x_1 = 0$ . Analogamente, se  $J$  non raggiunge il valore zero, cioè se  $\frac{\alpha}{b I/J_s} > 1$  la seconda delle (3) sarà sostituita da  $x_2 = \pi$ .

Possiamo ora calcolare il primo membro della (2), estendendo l'integrale solo da 0 a  $\pi$  e raddoppiandone il valore, data la simmetria dei due semiperiodi. L'integrale da 0 a  $\pi$  si può poi spezzare in tre integrali, uno da 0 a  $x_1$ , in cui  $J = J_s$ , uno da  $x_1$  a  $x_2$ , in cui  $J = \eta$ , e uno da  $x_2$  a  $\pi$  in cui  $J = 0$ . Quest'ultimo è evidentemente nullo; gli altri due si calcolano facilmente, ottenendo

$$2 \int_0^{x_1} J \cos x dx = 2 J_s \sin x_1$$

$$2 \int_{x_1}^{x_2} J \cos x dx = 2 J_s \int_{x_1}^{x_2} (\alpha + b I/J_s \cos x) \cos x dx =$$

$$= 2 J_s \alpha (\sin x_2 - \sin x_1) + b I (\sin x_2 \cos x_2 - \sin x_1 \cos x_1) + b I (x_2 - x_1).$$

Sostituiamo per  $\cos x_1$  e  $\cos x_2$  in quest'ultima formula le espressioni (3), osservando che la formula resta valida anche quando queste espressioni sono sostituite da  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = \pi$  perché in tal caso  $\sin x_1 = \sin x_2 = 0$ . Riunendo i due integrali, e semplificando, il primo membro della (2) acquista l'espressione

$$J_s [(1 - \alpha) \sin x_1 + \alpha \sin x_2 + b I/J_s (x_2 - x_1)].$$

Con ciò l'equazione (2) che determina  $I$  si può scrivere

$$(4) \quad f(b I/J_s) = \pi \frac{R}{\omega L} I/J_s$$

dove

$$(5) \quad f(b I/J_s) = (1 - \alpha) \sin x_1 + \alpha \sin x_2 + b I/J_s (x_2 - x_1).$$

Supponiamo per un momento  $b = 1$ , e, prendendo per ascisse  $I/J_s$ , disegniamo la curva  $y = f(I/J_s)$ . Si noti che la forma di questa curva dipende unicamente dal parametro numerico  $\alpha$ , ossia, per un dato tipo di lampada, dal potenziale medio a cui si portano la griglia e la placca. Si noti anche la funzione  $f$  non si altera cambiando  $\alpha$  in  $1 - \alpha$ . Comunemente si assume  $\alpha = \frac{1}{2}$ , ma non sempre un oscillatore funziona in queste

condizioni: ho disegnato le curve per  $\alpha = \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}$  (queste ultime due sono, naturalmente, coincidenti). Nel primo tratto (quello in cui  $I/J_s$  è minore tanto di  $\alpha$  quanto di  $1 - \alpha$ ) la curva si riduce alla retta  $y = \pi I/J_s$ . Per valori grandi di  $I/J_s$  si può trovare una espressione approssimata della  $f$ . Infatti dalle (3) risulta che  $x_1$  e  $x_2$  sono allora assai vicini a  $\pi/2$  e si può scrivere

$$x_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{1 - \alpha}{b I/J_s} \quad x_2 = \frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{b I/J_s}$$

tralasciando termini di terzo ordine rispetto a  $J_s/I$ . Nella stessa approssimazione  $\sin x_1 = \sin x_2 = 1$ , e la (5) diviene allora

$$(5') \quad f(b I/J_s) = 2 - \frac{(1 - \alpha)^3 - \alpha^3}{2 b^2 (I/J_s)^2}.$$

La curva si avvicina asintoticamente alla retta  $y = 2$ .

Se ora si suppone  $b \neq 1$  la curva  $y = f(b I/J_s)$  si ottiene da quella già tracciata semplicemente con una dilatazione nella direzione delle ascisse nel rapporto  $1:b$  (contrazione se  $b > 1$ ). Il tratto rettilineo iniziale avrà l'equazione  $y = b \pi I/J_s$ . A titolo d'esempio, sulla fig. 2 si è disegnata la curva per  $b = 0,5$ ,  $\alpha = 1/2$ .

Si tracci ora la retta

$$(6) \quad y = \pi \frac{R}{\omega L} I/J_s.$$

La (4) ci dice che l'intersezione di questa retta con la curva  $f(bI/J_s)$  ci dà, con la sua ascissa, il valore di  $I/J_s$ , cioè l'ampiezza delle oscillazioni che prendono luogo nel circuito.

3. Da questo modo di rappresentare le cose si traggono le seguenti conseguenze. Anzitutto, poichè nelle equazioni (4) e (6) figura solo il rapporto  $I/J_s$  si conclude che l'ampiezza della corrente oscillante, se si mantiene costante  $\alpha$ , è proporzionale alla corrente di saturazione  $J_s$ . Inoltre, dall'osservazione già fatta sulla funzione (5), risulta che il funzionamento dell'oscillatore non cambia se si muta  $\alpha$  in  $1 - \alpha$ , cioè la corrente oscillatoria è la stessa per due valori di  $J_o$  uno  $> J_s/2$  l'altro  $< J_s/2$  ma egualmente distanti da questo valore. In una nota successiva ne vedremo la conferma sperimentale.

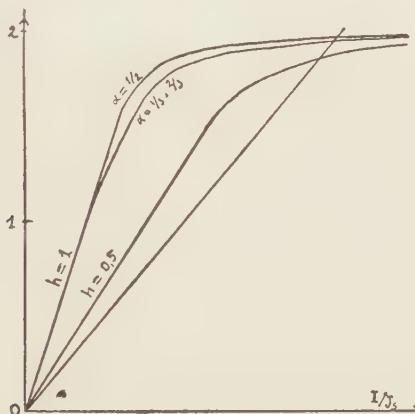


Fig. 2

Supponiamo ora che la resistenza del circuito oscillante si faccia gradualmente crescere, lasciando inalterati gli altri elementi. Poichè  $R$  figura soltanto nella (6), la curva  $f$  resterà invariata, mentre la retta diverrà tanto più inclinata quanto maggiore è  $R$ : corrispondentemente il punto di intersezione si muoverà verso sinistra, indicando una diminuzione della corrente oscillante. Quando l'inclinazione della retta (6) supera quella della tangente nell'origine alla curva  $f$ , l'intersezione viene a mancare e le oscillazioni si estinguono: poichè il coefficiente angolare di tale tangente è  $b\pi$  si ha come condizione per la possibilità delle oscillazioni

$$\pi \frac{R}{\omega L} < b\pi, \quad \text{cioè} \quad R < \omega L \frac{(kM - L)\omega}{\rho}$$

ovvero, poichè  $\omega^2 LC = 1$ ,

$$(7) \quad R < \frac{kM - L}{\rho C}.$$

Si ritrova così la nota condizione di innescio. Quando invece la resistenza è piccola rispetto a  $\omega L$ , la retta (6) risulta poco inclinata, e va a tagliare la curva nei punti in cui si può sostituire la (5) con la (5'). Allora è agevole procurarsi l'espressione esplicita di  $I$  dall'equazione (4) che diviene

$$2 - \frac{(I - \alpha)^3 - \alpha^3}{2 h^2 (I/J_s)^2} = \pi \frac{R}{\omega L} I/J_s.$$

Si ha in prima approssimazione, trascurando il 2º termine del primo membro

$$I/J_s = \frac{2}{\pi} \frac{\omega L}{R}$$

e in seconda approssimazione, sostituendo in quel termine l'espressione ora trovata,

$$I/J_s = \frac{2}{\pi} \frac{\omega L}{R} - \frac{(I - \alpha)^3 - \alpha^3}{8 h^2} \frac{\pi R}{\omega L}.$$

Queste condizioni spesso si realizzano praticamente, come vedremo in una nota successiva, e sono caratterizzate dal fatto che il diagramma della corrente di placca (fig. 1) presenta l'aspetto di una greca.

Supponiamo ora che invece si lasci invariato  $R$ , e si modifichi soltanto l'accoppiamento tra le bobine, vale a dire  $M$ , p. es. diminuendolo. Allora diminuisce  $h$ : la retta (6) rimane fissa, e si deforma invece la curva, dilatandosi in senso orizzontale proporzionalmente ad  $I/h$ , cioè a  $1/(kM - L)$ . Seguendo sulla figura questa trasformazione, si vede che il punto di intersezione scorre sulla retta verso sinistra (e quindi diminuisce  $I$ ), dapprima lentamente, poi più rapidamente, fino all'estinzione, che avviene quando è raggiunta la condizione (7).

Si può infine studiare l'ampiezza delle oscillazioni prodotte da  $n$  lampade uguali in parallelo. Si noti perciò che  $J_s$  e  $J_o$  variano proporzionalmente ad  $n$ , e perciò  $\alpha$  non dipende da questo numero. D'altra parte  $\rho$  è inversamente proporzionale al numero delle lampade, quindi  $h$  è direttamente proporzionale ad  $n$ . Si consideri ora l'equazione (4), che determina  $I$ , e si sostituiscano  $h$  con  $nh$ ,  $J_s$  con  $nJ_s$ : il primo membro resterà invariato, mentre il secondo membro diverrà  $\pi \frac{1}{\omega L} \frac{R}{n} \frac{I}{J_s}$ . Si vede dunque che sostituire una lampada con  $n$  lampade in parallelo equivale, in definitiva, a lasciare tutto invariato e sostituire la resistenza  $R$  con una  $n$  volte minore.

**Chimica-fisica.** — *Tensione superficiale di soluzioni di gelatina a diversa concentrazione degl'idrogenioni<sup>(1)</sup>.* Nota del Dr. L. DE CARO. Presentata dal Socio FIL. BOTTAZZI<sup>(2)</sup>.

#### I. — INTRODUZIONE E SCOPO DELLE RICERCHE.

È oramai fuor di dubbio che il comportamento delle soluzioni colloidali dipende essenzialmente dalla natura e dalla intensità della reazione della fase continua con cui entra in equilibrio la fase dispersa, di guisa che è oggi un non senso parlare di mutamenti dello stato colloidale o cercare di determinare le caratteristiche di un sistema colloidale senza tener conto, nello stesso tempo, della reazione o delle variazioni che questa subisce durante l'evoluzione del sistema. Pertanto, specialmente se si tratta di colloidì che si comportano dal punto di vista chimico come elettroliti anfoteri (p. es. proteine) capaci per la loro natura di esercitare una notevole « azione neutralizzatrice », è insufficiente, volendo indagare le proprietà chimico-fisiche di essi, in seguito all'aggiunta di diverse quantità di acido o di base, esprimere l'andamento di tali proprietà in funzione soltanto delle quantità di acido o di base aggiunte; bisogna invece tener conto della concentrazione d'idrogenioni della soluzione e del punto isoelettrico del colloide (proteina).

Con questi criteri recentemente J. Loeb<sup>(3)</sup> ha indagato il comportamento della pressione osmotica, dell'imbibizione, della viscosità, della cataforesi elettrica di soluzioni proteiche diverse, trovando dati in parte concordanti con quelli ottenuti precedentemente da molti altri Autori, e interpretando i suoi risultati come conseguenza dello stabilirsi di un equilibrio di membrana di Donnan che, secondo Loeb, starebbe a base del comportamento colloidale delle proteine.

Nelle ricerche di Loeb sulle proprietà chimico-fisiche delle soluzioni proteiche non figura la tensione superficiale, sui mutamenti della quale, in seguito all'azione degli acidi e degli alcali, se si eccettua un lavoro di Frei<sup>(4)</sup>, non esistono, d'importante, che i lavori di Bottazzi e dei suoi assistenti.

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Fisiologia di Napoli.

(2) Presentata nella seduta del 5 giugno 1925.

(3) J. LOEB, *Proteins and the theory of colloidal behavior*. New York, 1922.

(4) W. FREI, « The Transvaal Med. Journ. », August 1908. W. FREI, « Physical Chemistry and veterinary Science », p. 4. Grahmstown, Cape Colony, 1908.

Nel 1908 Buglia<sup>(1)</sup> osservò, in ricerche fatte per consiglio e sotto la direzione di Bottazzi che, aggiungendo a siero di sangue quantità crescenti di varii acidi (cloridrico, solforico, acetico) la tensione superficiale di esso presenta prima un abbassamento, poi si eleva ed infine presenta un nuovo abbassamento, più conspicuo del precedente, dopo di che essa non ritorna al suo valore iniziale.

Contemporaneamente alle variazioni della tensione superficiale Buglia osservò, dopo l'aggiunta di una certa quantità di acido, l'itorbidamento del siero, che diveniva limpido per successive aggiunte dello stesso acido ed infine gelificava in seguito ad eccessiva acidificazione.

Nello stesso anno, ma poco dopo di Buglia, Frei pubblicava alcuni lavori coi quali mostrava che la tensione superficiale di gelatina neutra e di siero neutro (così si esprime l'A. senza riportare, però, alcun dato il quale provasse che sia la soluzione di gelatina, sia il siero si trovassero ad una reazione corrispondente al punto isoelettrico delle loro proteine) veniva innalzata dall'aggiunta di OH<sup>-</sup> e abbassata dall'aggiunta di H<sup>+</sup>, e che gli anioni e i cationi, ordinati secondo la loro efficacia, innalzano o abbassano la tensione superficiale a seconda che si tratta di soluzioni neutre, acide o alcaline.

Ma l'azione degl'ioni ordinati in tali serie (come nelle serie di Hofmeister ecc.) non può condurre a conclusioni precise, sulla specificità della loro azione, se contemporaneamente non si tien conto della concentrazione d'idrogenioni della soluzione, per la ragione che piccole variazioni di reazione sono per sè sufficienti a far variare la tensione superficiale delle proteine.

Da ricerche più estese e più complete, fatte in seguito da Bottazzi<sup>(2)</sup> insieme col suo assistente d'Agostino, risulta che aggiungendo a soluzioni diversamente concentrate di sieralbumina quantità crescenti di acido e di alcali, mantenendo costante la concentrazione della proteina, si osserva, per l'HCl, prima una diminuzione e un minimo, poi un aumento, seguito infine da un'altra diminuzione della tensione superficiale; e per la NaOH, prima un aumento, e poi un abbassamento della tensione superficiale.

L'interpretazione che gli AA. dettero di questo andamento, col quale, in fondo, coincidono i fatti osservati da Buglia e da Frei, rappresenta sinora la più razionale spiegazione del comportamento della tensione superficiale delle soluzioni proteiche, come appresso si vedrà.

Questi dati furono pienamente confermati da Quagliariello<sup>(3)</sup>, con ri-

(1) G. BUGLIA, *Veränderungen der Oberflächenspannung des Blutserums unter dem Einfluss von verschiedenen Elektrolyten*. « Biochem. Zeit. », 11, p. 311, 1908.

(2) F. BOTTAZZI e E. D'AGOSTINO, *Sulla tensione superficiale delle soluzioni proteiche*. « Rend. d. R. Acc. d. Lincei » (5<sup>a</sup>) 21, (2<sup>o</sup> sem.), fasc. 9<sup>o</sup>, 3 novembre, p. 561, 1912.

(3) G. QUAGLIARIELLO, *Influenza degli acidi e degli alcali su alcune proprietà chimico-fisiche dell'emoglobina*. « Arch. di Scienze Biol. » 2, p. 432, 1921.

cerche fatte sopra soluzioni di emoglobina dializzata sottoposte all'azione di vari acidi (cloridrico, lattico, ecc.). Questo A. osservò che l'emoglobina si comporta come le altre proteine, e accettò per essa la spiegazione di Bot-tazzi e d'Agostino.

Una nuova conferma di tale spiegazione è data dalle presenti ricerche sulla gelatina, nelle quali io ho tenuto conto, con determinazioni di pH, delle variazioni di concentrazione d'idrogenioni che la soluzione di gelatina presenta, in seguito all'aggiunta di varie quantità di acidi e di alcali.

## II. — RISULTATI SPERIMENTALI.

Ho sperimentato sopra soluzioni di gelatina granulare (la stessa gelatina usata da J. Loeb), alla concentrazione 2 %, circa, e alla temperatura costante di 30° C.

Si aggiungevano alla gelatina quantità diverse di soluzioni 0,1 N di HCl e 0,1 N di NaOH, in modo da mantenere costante la concentrazione della proteina e si determinava, quindi, il valore di pH.

Tale determinazione era fatta col metodo colorimetrico, servendosi delle soluzioni campioni di Mc. Ilvaine: acido citrico 0,1 mol. e fosfato sodico 0,2 mol.

Riferisco qui qualcuno degli esperimenti eseguiti :

### ESPERIMENTO I:

pH	Numero di gocce dallo stalagmometro di Traube
2.0	59 1/2
2.6	57 4/5
3.2	57
3.4	58
3.6	58 1/2
4.3	59 1/2
4.5	60 1/2
5.0	59
5.7	57 1/5
6.5	55 1/2
8.0	54
9.0	53 1/2
9.4	53 1/2
10.0	55

ESPERIMENTO 2:

$pH$	Numero di gocce dallo stalagmometro di Traube
2.0	60
2.4	59
3.0	58 $\frac{1}{2}$
3.6	59 $\frac{1}{2}$
4.4	61 $\frac{1}{2}$
5.0	60
6.0	58
6.4	57
7.0	56
8.0	54 $\frac{1}{2}$
8.4	55 $\frac{1}{2}$
9.0	56 $\frac{1}{2}$

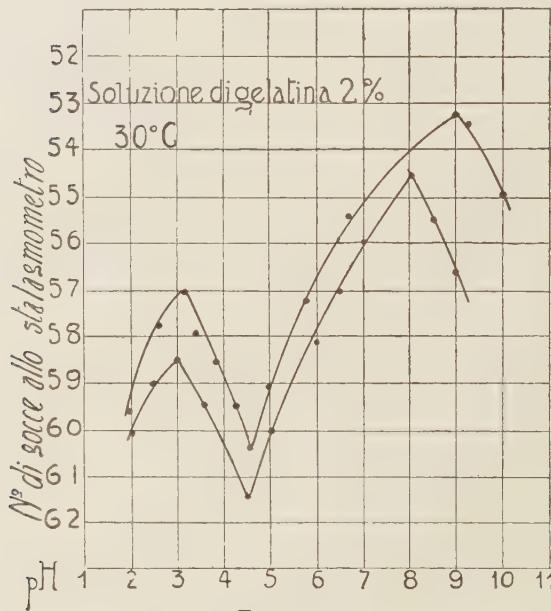


Fig. 1.

Con i dati degli esperimenti 1 e 2 si sono costruite le curve della fig. 1 portando sull'ascissa i valori della reazione espressi in  $pH$  e sulla ordinata il numero di gocce dallo stalagmometro di Traube.

Queste due curve, come si vede, presentano in tutto il loro andamento una differenza presso a poco costante nel valore delle loro ordinate che è da attribuirsi ad una leggera differenza di concentrazione in gelatina fra le due soluzioni.

In ogni singola curva si può osservare che la tensione superficiale raggiunge un minimo in corrispondenza di un  $pH$  compreso fra 4,4 e 4,5; valore che si approssima molto a quello, trovato da Loeb, in corrispondenza del quale si osserva generalmente un minimo di tutte le proprietà chimico-fisiche e corrispondente al punto isoelettrico della gelatina ( $pH = 4,7$ ). Al di là di questo punto, sia nella zona acida, sia in quella alcalina, la tensione superficiale aumenta, raggiunge un massimo e poi torna ad abbassarsi.

Questo massimo dal lato alcalino è più elevato che dal lato acido, precisamente come Bottazzi e d'Agostino osservarono nelle soluzioni di sieralbumina dializzata.

### III. - CONCLUSIONI.

Le conclusioni che si possono trarre dal presente lavoro sono:

1° La tensione superficiale della gelatina, facendo variare la concentrazione degli idrogenioni, si comporta come quella delle altre proteine solubili.

2° L'interpretazione più razionale, che per il momento può darsi dell'andamento della tensione superficiale della gelatina, non può essere diversa da quella proposta da Bottazzi per la sieralbumina, e cioè, che le proteine abbassano massimamente la tensione superficiale del solvente, quando vi si trovano sciolte allo stato di molecole non dissociate.

**Paleontologia.** — *Sulla diffusione di alcuni organismi microscopici delle rocce accompagnanti i tufi vulcanici romani.* Nota dell'ing. E. CLERICI, presentata dal Socio F. MILLOSEVICH<sup>(1)</sup>.

Nello studio dei tufi vulcanici della provincia di Roma completai le osservazioni di dettaglio sulle rocce sottostanti e su quelle ad essi interposte con l'accurata ricerca di fossili microscopici che riuscì assai proficua perchè mi condusse alla scoperta di un gran numero di giacimenti diatomeiferi. E per meglio valutare le condizioni di ambiente al tempo della formazione di tali giacimenti raccolsi, contemporaneamente, saggi di fondo di laghi, lagune littorali, stagni ed acquitrini.

Le diatomee, se presenti in dette rocce, sono accompagnate da spicule di spongille, da incrostazioni silicee di elementi istologici di piante superiori e da alcuni corpicciuoli rotondeggianti o a fiaschetta, certamente di origine organica, ma di cui allora non ebbi modo di precisare la posizione siste-

(1) Presentata nella seduta del 5 giugno 1925.

matica e che lasciai in disparte essendo persuaso che la loro presenza non poteva contrastare o comunque modificare le conclusioni basate sulle diatomee <sup>(1)</sup>.

Infatti gli stessi corpicciuoli trovai nei preparati fatti col materiale melmoso da me raccolto nelle vasche con piante acquatiche dell'orto botanico dell'Università di Pisa, di poi in quello degli acquitrini della tenuta Castel Fusano presso Ostia, della Solforata presso la via Laurentina, dei laghi di Mezzano, Bolsena, Bracciano, Piediluco, Traiano, Nemi, Averno, Monticchio, nel lago di villa Borghese ora Umberto I in Roma, nei laghetti della Colonna sulla via Casilina e di S. Giovanni presso le Acque Albule, nei sedimenti dei laghi, ora prosciugati, di Baccano e di Gabi; li vidi anche in preparati diatomeiferi comperati dei laghi Szosto presso Stuhlweissen in Ungheria e Plan in Svizzera.

Questi gusci rotondeggianti o sferici, oppure ovoidali o piriformi, sono d'un sol pezzo, vuoti nell'interno e senza concamerazioni, con una piccola apertura protesa talvolta a guisa di breve collo e circondata, oppur no, da appendici variamente conformate, che ne rendono complicata la struttura.

Le dimensioni sono sempre molto piccole, circa 10 a 25  $\mu$ . La superficie esterna è liscia, oppure parzialmente o per intero ornata da piccoli rilievi puntuti o ottusi, o da cresce o costicine isolate o formanti larghe maglie.

Resistono tanto al primo trattamento dei sedimenti con acido cloridrico diluito per l'eliminazione della parte calcarea, quanto a quello molto energetico, a caldo, con acido solforico concentrato e bicromato di potassio per l'ossidazione. Quindi il guscio è di silice: il suo spessore si può valutare intorno a 1  $\mu$ .

Supposi che i gusci lisci, veduti per primi, fossero incrostazioni di cellule, in seguito pensai potessero rappresentare forme sporangiali, per es., di piccole melosire; ma abbandonai anche questa ipotesi perchè, esclusa la grossa *Melosira varians*, mai ne incotrai nelle melosire viventi, d'altra parte, ne ebbi in preparati privi affatto di melosire e poi la varietà di conformazione mi sembrò ben maggiore di quanto poteva attendersi dalle diverse specie di melosire.

Il mio egregio amico prof. Gioacchino Frenguelli, che mi era stato compagno in molte escursioni geologiche nella campagna romana, trasferitosi nell'Argentina, si è dedicato allo studio di dettaglio di quelle formazioni, specialmente quaternarie, e vi ha trovato diatomee, spongille e i problematici corpuscoli, e di questi ha affrontato lo studio e ne tratta in una nota preliminare in corso di pubblicazione nel Bollettino della Società Geologica

(1) Nella *Mikrogeologie* di C. G. EHRENBURG (Leipzig, 1854) si trovano figurati analoghi corpuscoli con le denominazioni: *Chaetotyphla volvox*, *saxipara*, *Trachelomonas laevis*, *pyrum*, *rostrata*, *coronata*, *granulata*, che l'Ehrenberg collocava nella classe dei poligasteri insieme alle diatomee ritenute animali.

Italiana, vol. XLIV<sup>(1)</sup>. Egli in sostanza ritiene si tratti di rizopodi, citando a conforto i tecamebiani d'acqua dolce nei quali il guscio è costituito in parte da chitina e in parte da piastrine silicee isolate, o accostate, oppure embricate<sup>(2)</sup>, e raggruppa le varie forme trovate nei sedimenti limnici quaternari delle Pampas in tre generi. Conserva per uno la denominazione *Carnegia* introdotta dal Pantocsek e propone i due nuovi *Outesia* e *Clericia*, l'ultimo dedicato al mio nome, di che vivamente lo ringrazio.

I nuovi fossili dei depositi limnici delle Pampas sono identici a quelli che, come dissi, avevo lasciati in disparte e tale identità ho constatato per i depositi di Miramar nella provincia di Buenos Aires con l'esame dei preparati comunicatimi dal prof. Frenguelli. Questa identità non deve meravigliare e si riscontra anche per le diatomee degli stessi depositi.

Anche la semplice indicazione delle località nelle quali li ho trovati mi condurrebbe molto in lungo, perchè dovrei presso a poco ripetere l'elenco delle località diatomeifere che sono ormai numerosissime<sup>(3)</sup> e di recente accresciute coi saggi delle trivellazioni per ricerche d'acqua nella regione pontina. In generale posso dire che essi scarseggiano nei preparati dei materiali molto ricchi di diatomee, come le farine fossili, e appaiono più abbondanti ed assortiti nei materiali più poveri di diatomee, nei quali prevalgono gli elementi vulcanici più a meno alterati ed argillificati.

Mi limiterò a segnalare i giacimenti di Bravetta e dei Monti Parioli, presso Roma, nei quali sono relativamente abbondanti, e a darne un piccolo saggio.

Fuori della Provincia di Roma, alla quale si riferiscono principalmente le mie osservazioni, posso indicare i giacimenti diatomeiferi dell'Orvietano che sono continuazione di quelli della regione vulsinia e viterbese, i giaci-

(1) *Sopra alcuni nuovi microrganismi a guscio siliceo.*

(2) Quindi, invece di una silicizzazione discontinua o per parti isolate, si avrebbe il caso della silicizzazione integrale dell'involucro.

Però è da tener presente che F. DOFLEIN studiando le particolarità di sviluppo delle crisomonadine ha potuto seguire in esse la formazione di una endociste a parete silicizzata e nelle *Mitteilungen über Crysomonadinen aus dem Schwarzwald*, pubblicate nel 1921, «Zoologischer Anzeiger», LIII Band, pp. 153-173, ne dà le figure per *Chromulina freiburgensis* e *Ochromonas stellaris* che indurrebbero ad attribuire i problematici corpuscoli alle crisomonadine piuttosto che ai rizopodi. Ma la posizione nel regno organico sarebbe ancora controversa, infatti, ad es. fra le recenti pubblicazioni, in *Handbuch der Zoologie, eine Naturgeschichte der Stämme des Tierreiches* di W. KÜENTHAL e T. KRUMBACH (Berlin und Leipzig 1923) le crisomonadine, considerate come animali, costituiscono un ordine della classe dei flagellati; in *Morphologie und Biologie der Algen* di F. OLMANN, 2<sup>a</sup> ed., Jena, 1922, *Ochromonas* e *Chromulina* sono collocate fra le tipiche crisomonadali quali suddivisione delle crisoficee.

(3) Vedasi ad esempio, per Roma e dintorni immediati, la cartina riprodotta nella mia pubblicazione: *In occasione del centenario dell'opera di G. B. BROCCATI «Dello stato fisico del suolo di Roma»*, «Boll. Soc. Geol. Ital.», vol. XXXVII, 1919.

menti intorno al Monte Amiata (Castel del Piano; alla base delle terre bolari alla Sega; ad Acqua Passante presso le miniere cinabrefere di Abbadia S. Salvatore), nel calcare farinoso presso il lago di Avigliana in provincia di Torino, nei saggi diatomeiferi, studiati dal Bonetti, della trivellazione del pozzo di Marigliano in provincia di Napoli, nei sedimenti lacustri quaternari di Morano in Calabria, e nei giacimenti riccamente diatomeiferi presso la stazione ferroviaria di Melfi in Basilicata di cui feci raccolta durante una escursione al Vulture e in Sicilia a S. Tecla presso Acireale.

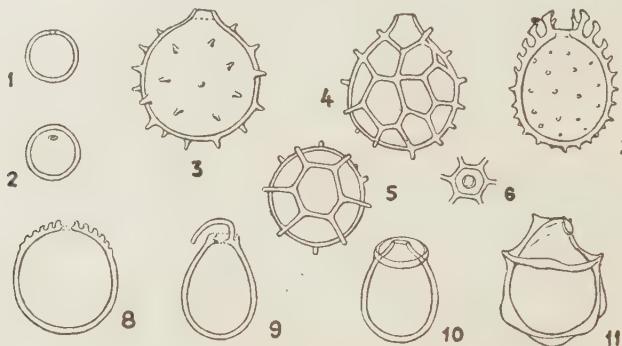


Fig. 1 e 2: *Clericia minutissima* Freng. — Fig. 3: *C. spinigera* Freng. — Fig. 4, 5 e 6: *C. stephanopyxiformis* Freng. (Fig. 5, vista antipolare e fig. 6, vista del poro di uno stesso esemplare a larghe maglie). — Fig. 7: *C. armata* Freng. — Fig. 8: *C. cristata* Freng. — Fig. 9: *C. Frenguelli* n. sp. — Fig. 10: *Outesia elegans* Freng. — Fig. 11: *Carnegia Pantoczeki* Freng.

Le figure 1 a 8, 10 e 11 sono dedotte da preparati dei giacimenti di Bravetta e Monti Parioli presso Roma e la figura 9 da quelli di Acqua Passante al Monte Amiata.

Ingrandimento lineare 1000.

Si può concludere che anche in Italia gli organismi, cui i gusci o le cisti appartengono, hanno avuto ed hanno larga diffusione.

**Morfologia comparata.** — *Ancora dell'organo di senso derivato dal primo placode epibranchiale dei Selaci.* Nota di SILVIO RANZI, presentata dal Corrisp. F. RAFFAELE <sup>(1)</sup>.

Nei batoidi lo sviluppo dell'organo <sup>(2)</sup> in questione è simile nelle quattro specie studiate, ed anche negli adulti di *Torpedo ocellata* e *Raia punctata* le differenze sono molto secondarie.

(1) Presentata nella seduta del 5 giugno 1925.

(2) In una nota precedente (presentata il 2 maggio u. s.) (questo vol. pag. 544), ho detto come mi è stato dato seguire l'ulteriore sviluppo del primo placode epibranchiale nei Selaci, e come da esso provenga un organo di senso dell'adulto, descrivendone lo sviluppo negli squali.

Nella *Torpedo ocellata* il primo placode epibranchiale si presenta, negli embrioni di 8.5 mm., come un esperimento ectodermico, posto dorsalmente allo sbocco all'esterno della prima fessura branchiale; in corrispondenza di questo ispessimento si porta, e vi aderisce, l'abbozzo del facciale. In seguito il placode epibranchiale si sposta, portandosi da prima nella parete dorsale della prima fessura branchiale, presso lo sbocco di questa all'esterno, e poi continua a spostarsi, portandosi in zone, sempre più profonde, dello spiracolo, finché nell'embrione di 22 mm. è giunto quasi allo sbocco di questo nel faringe. Mentre avvengono questi spostamenti, il placode perde la sua larga connessione con l'abbozzo del facciale, ed a lui non arriva più che un piccolo tronco nervoso; nello stesso tempo esso si introflette in una piccolissima e strettissima tasca, che, nello stadio sopra ricordato, appare come un piccolo diverticolo della parete dorsale dello spiracolo diretto cefalo-medialmente, come il diverticolo che si osserva negli squali, esso però si trova, rispetto alla parete dello spiracolo, in una zona molto più caudale, che non in queste altre forme.

Progredendo lo sviluppo la tasca cambia di direzione, portando la sua punta in direzione caudale e cresce sempre più, dilatandosi alla sua estremità distale in una vescicola reniforme, comunicante, mediante un lungo e stretto canale, con la cavità dello spiracolo. A questo stadio la vescicola è descritta, col nome di *ventraler Spritzlochfollikel*, e figurata dal van Bemmelen<sup>(1)</sup> che però non ne comprese il vero significato morfologico. Essa è disposta col suo maggiore asse secondo l'asse trasversale dell'embrione ed ha la sua faccia concava volta cefalicamente; dalla sua punta volta lateralmente parte il canale, che si dirige per un tratto relativamente lungo in direzione cefalica.

Nella *Torpedo ocellata*, dopo la nascita, l'organo conserva ancora questa forma. La vescicola, in un giovane lungo 11.5 cm., ha un diametro trasversale di 640  $\mu$ , uno dorso-ventrale di 100  $\mu$  ed uno cefalo-caudale di 210  $\mu$ . Essa appare costituita da due parti, che presentano caratteri istologici diversi; una, volta medialmente, ha le pareti costituite da un epitelio cilindrico con netti caratteri di epitelio di senso, ed in corrispondenza di questo epitelio si vede giungere ancora il ramo del facciale, che si osserva durante tutto lo sviluppo e che si ramifica formando una fitta rete, penetrando con le sue diramazioni nell'epitelio; l'altra parte invece, volta verso l'esterno, appare costituita da un epitelio piatto bistratificato. Il canale di comunicazione della vescicola col faringe presenta un lume molto stretto, in talune zone appena visibile, e pareti relativamente molto spesse; esso si estende per lungo tratto (370  $\mu$ ) in direzione cefalica con un decorso quasi rettilineo. Le sue pareti, in vicinanza della vescicola, appaiono costituite da un

(1) van BEMMELIN J. F., 1885, *Ueber vermutliche rudimentäre Kiemenspalten bei Elasmobranchiern*, « Mitth. a. d. zoolog. Station zu Neapel », Bd. 6.

epitelio simile a quello che forma le pareti della parte laterale di questa; man mano che si procede verso l'estremità cefalica, le cellule divengono meno piatte, e conseguentemente lo spessore della parete aumenta; poi poco a poco il numero di cellule, interessate in una sezione, aumenta, mentre si va perdendo la regolare doppia stratificazione, finché nelle zone prossime allo sbocco nel faringe la parete è costituita da un epitelio pluristratificato. Tanto la vescicola quanto il canale sono avvolti da una capsula di fitto connettivo.

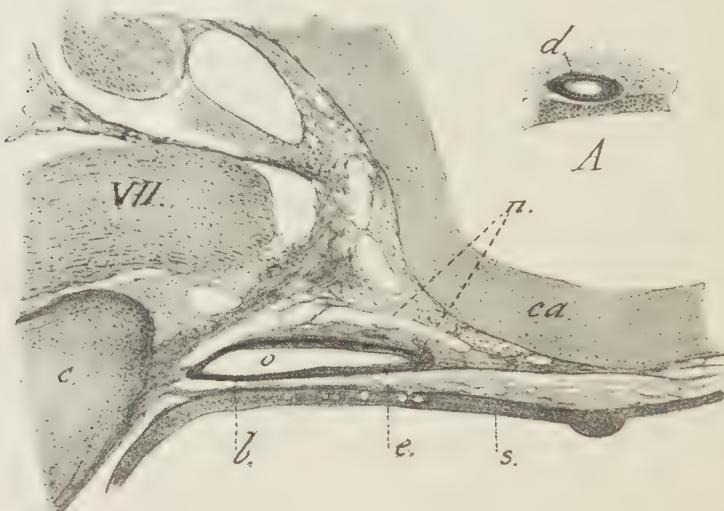


Fig. 1. Sezione trasversale interessante la vescicola derivata dal primo placode epibranchiale di destra di una giovane *Raia punctata* lunga 12 cm.

In A si vede,  $9$  sezioni più avanti (sezioni di  $10\mu$ ), il condotto che la mette in comunicazione col faringe;  $b$ , epitelio bistratificato;  $c$ , iomandibolare;  $ca$ , capsula otica;  $d$ , condotto che fa comunicare la vescicola col faringe;  $e$ , epitelio di senso;  $n$ , ramo del facciale che va alla vescicola;  $o$ , vescicola;  $s$ , mucosa faringea; VII, ramo iomandibolare del facciale.

Nella *Raia punctata*, dopo la nascita l'organo è quasi simile a quello della *Torpedo*. Le principali differenze sono: la minor lunghezza del condotto di sbocco nel faringe ed il più grande sviluppo del suo lume. I caratteri istologici sono però, in tutte le zone dell'organo, simili a quelli della *Torpedo*, e si vede benissimo il ramo del facciale, che raggiunge l'organo sulla sua superficie dorsale, nella zona più mediale di questa, e di là si ramifica sull'epitelio sensitivo. In un individuo giovane, lungo 12 cm., la vescicola (fig. 1) ha un diametro trasversale di  $585\mu$ , uno dorso-ventrale di  $95\mu$  ed uno cefalo-caudale di  $140\mu$ ; il condotto (fig. 1 A) è lungo solo  $90\mu$ .

Nell'adulto di *Raia radiata* questa formazione fu descritta, e interpretata come «a much modified ampulla of Corenzi» dal Norris ed Hughes<sup>(1)</sup>,

(1) NORRIS H. W. and HUGHES S. P., 1920, *The spiracular sense-organ in Elasmobranchs, Ganoids and Dipnoans*. «Anat. record.», Vol. 18.

i quali però non ne seguirono lo sviluppo ammettendola come « derivate of the lateral line system of sense-organs ». In questa stessa nota gli autori parlano anche dell'organo corrispondente nell'*Acanthias*, ma interpretano tutto il sistema di diverticoli dello spiracolo come sensitivo, mentre la sola piccola vescicola che ho descritto nella nota precedente deve ritenersi tale, e come ho potuto vedere anche in preparati eseguiti col metodo di Pajal, quando la nota era già stata licenziata per la stampa.

\*  
\* \*

Riassumendo quanto ho detto in questa nota e nella precedente: *Dal primo placode epibranchiale si forma*, in tutti i Selaci che ho studiato fino allo stadio adulto, *un organo di senso cui giunge un ramo del facciale*. Quest'organo si presenta sotto due diversi aspetti: secondo che trattasi di squali o di batoidi. Resta così dimostrata la presenza nei Selaci di un organo omologo agli organi descritti da Müller in *Lepidosteus*, da Pinkus, Agar e Greil in *Dipnoi*, da Vitali in *Uccelli* e *Vesperugo*.

g. c.

## OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACADEMIA

*presentate nella seduta del 27 febbraio 1925.*

ATTI del Congresso nazionale di Chimica industriale, Milano 13-18 aprile 1924, per cura di *A. Cappadora*. Milano, 1924. 8°, pp. I-XI, 1-478.

FAVARO G. A. — L'attività del Sole nell'anno 1924 (R. Osservatorio astrofisico di Catania). Catania, 1925. 8°, pp. 1-30.

FISCHER E. — Il laboratorio d'idraulica nella R. Scuola d'Ingegneria in Roma. Napoli, s. d. 4°, pp. 1-23.

FOURMARIER P. — Carte Géologique du Congo Belge. (Extr. de la « Revue Universelle des Mines »). Sez. VII, tome IV, n. IV, pp. 182-208). Liège, 1924. 8°.

LACROIX A. — Notice historique sur Alphonse Milne-Edwards, lue dans la séance du 22 décembre 1924 de l'Académie de Sciences, Paris, 1924, 4°, pp. 1-74.

LEVI-CIVITA T. — Lezioni di calcolo differenziale assoluto. Roma, 1925. 8°, pp. 1-314.

LORIA G. — Pagine di storia della Scienza. Torino, 1924. 8°, pp. I-XV, 1-151.

MC LAREN S. B. — Scientific Papers Mainly on Electrodynamics and Natural Ra-

diation. Cambridge, 1925. 8°, pp. I-VI, 1-112.

MARCHAND F. — Die örtlichen reaktiven Vorgänge (Lehre von der Entzündung. — Sonderabd. aus « Handbuch der allgemeinen Pathologie ». Bd. IV, 1). Leipzig, s. d. 8°, pp. I-VIII, 72-672.

ONORANZA a Battista Grassi. Omaggio del Comitato. Roma, 1925. 8°, pp. 1-108.

SCHWARTZ B. — A New Proliferating Larval Tapeworm from a Porcupine. (From the « Proceedings of the United States National Museum ». Vol. 66, Art. 24). Washington, 1924. 8°, pp. 1-4.

SELIGMAN E. — Income Taxes and the Price Level. New York, 1924. 8°, pp. 1-23.

USAI G. B. — Considerazioni sul vitalizio e calcoli relativi nelle ipotesi Dormoy e De Moivre. (Estr. dal « Giornale di Matematica Finanziaria », anno IV, vol. VI, n. II-III, 1924). Genova, 1924. 8°, pagine 1-8.

USAI G. B. — Relazioni fra funzioni biometriche. (Estr. dal « Giornale di Matematica Finanziaria », anno VI, vol. VI, n. I, 1924). Genova, 1924. 8°, pp. 1-2.

*Opere presentate nella seduta del 4 aprile 1925.*

ABETTI G., ALESSIO A., ANTILLI C., SPRANGER J. A., VENTURI GINORI N., WOOD H. — Astronomia geodetica, geodesia e topografica. Bologna, s. d. 4°, pp. I-XXXV, 1-415.

ALDRICH J. M. — New Diptera or Two-Winged Flies in the United States National Museum. (From the « Proceedings of the United States National Museum ». Vol. LXVI, art. XVIII). Washington, 1925. 8°, pp. 1-36.

ARIONE L. — Ricerche istologiche delle espansioni nervose motrici dei muscoli laringei dei mammiferi. (Estr. dall'« Ar-

chivio Italiano di Anatomia e di Embriologia ». Vol. XXI, fasc. III, pp. 435-449). Firenze, 1924. 8°.

BOSIO C., MIDANA A. — Le trasformazioni d'espansi di cuore di embrioni di pollo studiati col metodo delle sezioni seriali. (Estr. dal « Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino ». Vol. LXXXVI, pp. 221-225). Cirié, 1924. 8°.

BROGLIE L. (de). — Thèses présentées à la faculté des Sciences de l'Université de Paris. « Recherches sur la théorie des Quanta ». Paris, 1924. 8°, pagine 1-111.

BRUNO G. — Ricerche col metodo statistico sulla morfologia delle vene della faccia e del collo nell'uomo. (Estr. dall'« Archivio Italiano di Anatomia e di Embriologia ». Vol. XVI, fasc. II, pp. 273-293). Firenze, 1924. 8°.

BUSACCÀ A. — La struttura e l'accrescimento del cristallino. (Estr. dall'« Archivio Italiano di Anatomia e di Embriologia ». Vol. XXI, fasc. IV, pp. 562-603). Firenze, 1924. 8°.

CASSINIS G. — L'errore di situazione dei punti determinati con procedimenti aerofotogrammetrici e i metodi di triangolazione aerea. (Estr. dagli « Atti dell'Associazione Italiana di Aerotecnica », anno IV, n. III, 1924). Pisa, 1924. 8°, pp. 1-34.

CASSINIS G. — Lo stato attuale dei metodi di rilevamento topografico dagli aerei. (Estr. da l'« Ingegneria », rivista tecnica mensile, n. IX, 1924). Pisa, 1924. 8°, pp. 1-42.

CATTANEO G. — Per la storia dell'anatomia comparata. — Note biografiche su Mauro Rusconi. — Un secolo dopo la pubblicazione delle maggiori sue opere. Genova, 1924. 8°, pp. 1-88.

CLERICI E. — Recenti trivellazioni per ricerca d'acqua nella Regione Pontina. (Estr. dal « Bollettino della Società Geologica Italiana ». Vol. XLIII, fasc. II, 1924, pp. 227-242). Roma, 1924. 8°.

CLIFFORD DOBELL. — A Revision of the Coccidia Parasitic in Man. (From « Parasitology ». Vol. XI, n. II, 1919, pp. 147-197). Cambridge, 1919. 8°.

CLIFFORD DOBELL. — The Amoebae living in Man. London, 1919. 8°, pp. 1-155.

CLIFFORD DOBELL. — Parole e idee errate in biologia. Riduzione dall'inglese con prefazione del Prof. D. Carazzi. Firenze, 1922. 8°, pp. 1-31.

CLIFFORD DOBELL. — The Chromosome Cycle of the Sporozoa considered in relation to the Chromosome Theory of Heredity. (Repr. from the Review « La Cellule ». Tom XXXV, fasc. I, pp. 169-192). Louvain, 1924. 4°.

CLIFFORD D., O'CONNOR F. W. — The Intestinal Protozoa of Man. London, 1921. 8°, pp. I-IX, 1-211.

COCKERELL T. D. A. — Plant and Insect Fossils from the Green River Eocene of Colorado. (From the « Proceedings of the United States National Museum ». Volume LXVI, act. XIX). Washington, 1925. 8°, pp. 1-13.

CUSHMAN J. A. — A New Genus of Eocene Foraminifera. (From the « Proceedings of the United States National Museum ». Vol. LXVI, art. 30, pp. 1-4). Washington, 1924. 8°, pp. 1-4.

DI RICCO G. — Livellazione geometrica di precisione della città di Viareggio — eseguita nel settembre 1924. — (Estr. dal « Bollettino della Sezione Ingegneri ed Architetti Italiani di Lucca »). Lucca, 1924. 8°, pp. 1-6.

FANTOLI G. — Relazione di perizia redatta per incarico e nell'interesse dell'Amministrazione delle ferrovie dello Stato contro i Sigg. Zonda, De Marco e Gravili. (Corte di Appello delle Puglie — I Sezione). Napoli, 1923. 8°, pp. 1-92.

FANTOLI G. — Memorie idrauliche e note tecniche. (Estr. dagli « Annali della utilizzazione delle acque », fasc. I, 1925). Roma, 1925. 8°, pp. 1-36.

FERRARI F. — Di un nuovo tipo di legante pozzolanico. (Estr. da « Le Industrie costruttive », n. VIII, anno XXI). Pisa, 1924. 8°, pp. 1-9.

FICHERA G. — Curriculum vitae. Titoli, pubblicazioni. Roma, 1915. 8°, pagine 1-85.

FISHER W. S. — Buprestid Beetles collected by the Mulford Biological Exploration in Bolivia. (From the « Proceedings of the United States National Museum ». Vol. LXVI). Washington, 1925. 8°, pp. 1-46.

GREENE C. T. — The Puparia and Larvae of Sarcophagid Flies. (From the « Proceedings of the United States National Museum ». Vol. LXVI). Washington, 1925. 8°, pp. 1-26.

HAN TIAUW TJONG IR. — De Industrialisatie van China. S. Gravenhage, 1922. pp. I-xx, 1-386.

Handbook of Canada. Toronto, 1924. 8°, pp. 1-449.

LE CHATELIER H. — Science et Industrie. Paris, 1925. 8°, pp. 1-283.

LEVI G. — Quelques résultats acquis en histologie par la méthode de la culture des tissus. (Extr. du « Bulletin d'Histologie appliquée à la Physiologie et à la Pathologie et de Technique Microscopique », publié sous la Direction de A. Polocard. Tome I, n. VII-VIII, 1924). Paris, 1924. 8°, pp. 1-23.

LEVI G. — Caractères morphologiques spécifiques et propriétés biologiques de différents tissus dans les cultures « *in vitro* ». (Extr. des « Comptes Rendus de l'Association des Anatomistes »). Paris, 1924. 8°, pp. 1-14.

LEVI G. — L'accrescimento delle cellule nervose, considerato in funzione della grandezza corporea definitiva e della velocità di accrescimento. (Estr. dalla « Rivista di Biologia ». Vol. VI, fasc. IV-V). Roma, 1924. 8°, pp. 1-11.

LEVI M. — Studi sulla curva di accrescimento delle fibre muscolari striate. (Estr. dall'« Archivio Italiano di Anatomia e di Embriologia ». Vol. XXI, fasc. II, pp. 263-272). Firenze, 1924. 8°.

MENOZZI A., PRATOLONGO U., PARISI P. — Sulle cause di sterilità dei terreni di brughiera. Esperienze di coltivazione dirette a trovare il modo pratico di correggerli. (Estr. dai « Rendiconti del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere ». Vol. LVII, fasc. XVI-XX, pp. 787-801). Milano, 1924. 8°.

MILLER G. S. — A Pollack Whale from Florida presented to the National Museum by the Miami Aquarium Association. (From the « Proceedings of the United States National Museum ». Volume LXVI). Washington, 1924. 8°, pp. 1-14.

PARIS M. — Misure balistiche di valori massimi di grandezze alternative per mezzo dei diodi. — Variazioni di temperatura e di emissione elettronica di un filamento di tungsteno reso incandescente da corrente alternata. (Estr. da « L'Elet-

trotecnica ». Vol. XI, n. XXVII-XXVIII, 1924). Pisa, 1924. 8°.

PISTOLESI E. — Sul cosiddetto coefficiente di sicurezza degli aeroplani. (Estr. dagli « Atti dell'Associazione Italiana di Aeronautica ». Anno IV, n. III, 1924). Pisa, 1924. 8°, pp. 1-38.

RIMMER W. B. — The Luminosities and Parallaxes of Five Hundred and Twenty-Five Stars, Types F0 to Mb. (Repr. from the « Memoirs of the Royal Astronomical Society ». Vol. LXIV). London, 1925. 4°, pp. 1-25.

SCALA E — Storia della vite e del vino. Torino, 1924. 8°, pp. 1-240.

SHANNON E. V. — The Mineralogy and Petrology of Intrusive Triassic Diabase at Goose Creek, Loudoun County, Virginia. (From the « Proceedings of the United States National Museum ». Volume LXVI, pp. 1-86). Washington, 1924. 8°.

TERNI T. — Ricerche sulla eosinofilopoesi degli uccelli. Sede, fisionomia, epoca di comparsa e durata dei centri eosinofilopietici nel pollo. (Estr. dall'« Archivio Italiano di Anatomia, e di Embriologia ». Vol. XXI, fasc. IV, pp. 533-561). Firenze, 1924. 8°.

TORRACA F., MONTI G. M., FILANGIERI DI CANDIDA R., CORTESE N., SCHIPA M., ZAGO A., RUSSO L. — Storia della Università di Napoli. Napoli, 1924. 4°, pp. 1-757.

TURATI E. — Cinque anni di ricerche nell'Appennino modenese. — Note di Lepidotterologia. — Elenco dei Lepidotteri raccolti e note critiche e descrittive. (Estr. dagli « Atti della Soc. Ital. di Scienze Naturali ». Vol. LXII, 1923). Pavia, 1923. 8°, pp. 1-74.

TURATI E. — Spedizione Lepidotterologica in Cirenaica 1921-1922. (Estr. dagli « Atti della Soc. Ital. di Scienze Naturali ». Vol. LXIII, pp. 21-191). Pavia, 1924. 8°.

*Opere presentate nella seduta del 2 maggio 1925.*

ANDREAS W. — Die Wandlungen des gross-deutschen Gedankens. Berlin, 1924. 8°, pp. 1-41.

BATTAGLIA M. — Le false appendiciti: osservazioni cliniche. (Estr. dagli « Annali italiani di chirurgia ». Anno III, fasc. X, 1924). Napoli, 1924. 8°, pp. 1-7.

BATTAGLIA M. — Ueber Infektion mit einigen menschlichen und tierischen Protozoen. (Abdruck aus «Centralblatt für Bakteriologie, Parasitenkunde und Infektionskrankheiten ». Band 92, pp. 540-542). Jena, 1924. 8°.

BONACELLI B. — Il silfio dell'antica Cirenaica. (Estr. dal «Bollettino di Informazioni economiche», anno 1924, n. IV-VI). Roma, 1924. 8°, pp. 1-170.

BORDIGA G. — Relazione del March. E. G. Bordiga, segretario del R. Istituto Veneto; adunanza del 22 giugno 1924. (Estr. dagli «Atti del R. Istituto veneto di scienze, lettere ed arti ». Tomo LXXXIII, parte I, pp. 77-82). Venezia, 1924. 8°.

BRILL A. — Vorlesungen über ebene algebraische Kurven und algebraische Funktionen. Braunschweig, 1925. 8°, pp. I-X, 1-340.

CAVINA G. — Primo centenario (1823-1923) della Società medica chirurgica di Bologna. Atti della celebrazione, 23, 24, 25 maggio 1924. Bologna, 1924. 8°, pp. 1-232.

Commemorazione di Giovanni Capellini per l'inaugurazione di un ricordo marmoreo alla Spezia. Rendiconto del Comitato ordinatore. Spezia, 1924. 8°, pp. 1-24.

DEL GUERCIO G. — Nuova contribuzione allo studio della Schizoneura del Melo ed il suo nemico endofago Aphelinus Mali Hald. var. Italica Del Guercio. Firenze, 1925. 8°, pp. 1-35.

DUPARC L. — Titres et publications scientifiques. Genève, 1924. 8°, pp. 1-27.

DUPARC L., REINHARD M. — La détermination des plagioclases dans les coupes minces. (Extr. des « Mémoires de la Société de physique et d'histoire naturelle de Genève »). Genève, 1924. 4°, pp. 1-149.

DURIO A. — Bibliografia alpinistica, storica e scientifica del gruppo del Monte Rosa. (Dal Colle del Théodule al Passo del monte Moro). 1527-1924. Novara, 1925. 8°, pp. 1-84.

ENRIQUES F. — Gli elementi d'Euclide e la critica antica e moderna. Libri I-IV. Roma, 1925. 8°, pp. 1-323.

ENRIQUES F. — Questioni riguardanti le matematiche elementari. Vol. I. Bologna, 1923. 8°, pp. 1-vi, 1-398.

ENRIQUES F., CHISINI O. — Lezioni sulla teoria geometrica delle equazioni e delle funzioni algebriche. Vol. III. Bologna, 1924. 8°, pp. 1-589.

FANO G. — I gruppi di trasformazione nella geometria. (Estr. da «Scientia», 1924, pp. 145-154). Torino, 1924. 8°.

FANO G. — Intenti, carattere, valore formativo della matematica. (Estr. da «Alere flammam ». 1924, n. VII). Torino, 1924. 8°, pp. 1-26.

FANO G. — L'Analysis Situs. (Estr. da «Scientia ». 1924, pp. 217-300). Torino, 1924. 8°.

FANTOLI G. — Temperatureinflusse auf Druckstollen. (Extr. de «Deutsche Wasserwirtschaft ». Jahrgang XIX, n. VIII, pp. 219-242). Berlin, 1924. 4°.

HEIBERG L. — Matematiche, scienze naturali e medicina nell'antichità classica. Traduzione di Gino Castelnuovo. N. II. Roma, 1924. 8°, pp. 1-183.

HERRERA L. A. — Sull'imitazione del tessuto nervoso e cellulare colla potassa, la silice, e l'alcool. (Estr. dai «Rendiconti della R. Accademia Nazionale dei Lincei ». Vol. XXXIII, Serie v, 1° sem., fasc. XII, pp. 510-512). Roma, 1924. 8°.

HERRERA L. A. — La teoria fotosintetica dell'origine della vita e la produzione delle forme organiche con la metaformaldeide. (Estr. dai «Rendiconti della R. Accademia Nazionale dei Lincei »).

Vol. I, serie VI, 1<sup>o</sup> sem., fasc. I, pp. 5-8). Roma, 1925. 8°.

IMBEAUX E. — Hydrogéologie: les grands bassins artésiens des États-Unis. (Extr. des « Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences ». Tom. 179, pp. 726-799, an. 1924). Paris, 1924. 4°.

Istituto scientifico-tecnico Ernesto Breda. Milano, 1917. 4°, pp. 1-68.

IVALDI G. — Sulla teoria della relatività nei rapporti della meccanica. (Estr. dal « Politecnico ». N. IX). Milano, 1924. 8°, pp. 1-25.

KELLOGG R. — A Fossil Physeteroid Cetacean from Santa Barbara County California. (From the « Proceedings of the United States National Museum ». Volume 66, art. 27). Washington, 1925. 8°, pp. 1-8.

LUMIÈRE A. — Théorie colloïdale de la vie et de la maladie. Lyon, 1925. 8°, pagine 1-47.

NERV VOLLU L. — Recherches sur la physique terrestre: théorie du mouvement des avions. Rio de Janeiro, 1924. 8°, pp. 1-44.

PARRAVANO N., SCORTECCI A. — Sulla modificazione di struttura delle leghe di alluminio contenenti elevate percentuali di silicio. (Estr. dagli « Atti del Congresso Nazionale di Chimica Industriale ». 13-18 aprile 1924). Milano, 1924. 8°, pp. 1-3.

PARRAVANO N., SCORTECCI A. — La durezza a caldo delle leghe leggere. (Estr. dagli « Atti del Congresso Nazionale di Chimica Industriale ». 13-18 aprile 1924). Milano, 1924. 8°, pp. 1-10.

PARRAVANO N., SCORTECCI A. — Sull'azoto contenuto nelle ferro leghe. (Estr. dagli « Atti del Congresso Nazionale di Chimica Industriale ». 13-18 aprile 1924). Milano, 1924. 8°, pp. 1-2.

PEARL R. — How little we know. (Repr. from the « Survey » of July 15, 1923). S. d. t. foll.

PEARL R., REED J. L. — On the Mathematical Theory of Population growth. Washington, 1923. 8°, pp. 1-19.

POYNTING J. H. — Collected Scientific Papers. Cambridge, 1920. 8°, pp. 1-XXXII, 1-768.

REESIDE J. B. — A rare Cretaceous Sea Urchin *Scutellaster Cretaceus Gragin.* (From the « Proceedings of the United States National Museum ». Vol. 66, art. 20). Washington, 1924. 8°, pp. 1-4. Ricerche eseguite negli anni 1922 e 1923. Laboratorio di patologia generale e di istologia della R. Università di Pavia Istituto Camillo Golgi. Pavia, 1924. 8°.

RUDOLFS W. — Mosquita Breeeling in specific Places. (Repr. from the « Journal of Parasitology ». Vol. XI, pp. 79-83). S. l. 1924. 8°.

SEE T. J. J. — Researches in Non-Euclidian Geometry and the Theory of Relativity. (Dattilografato). 1925. pp. 215.

TONELLI C. — La morte di uno studioso delle Cave Apuane: Carlo De Stefani. (Nella rassegna bimestrale « Il Marmo ». Anno II, n. 11-12, pp. 39-41). Carrara, 1924. 8°, pp. 39-41.

VILLAVECCHIA G. V. — Dizionario di Merceologia e di Chimica applicata. Vol. III. (Naftalina-Sena). Milano, 1925. 8°, pagine 1-838.